Årg. 33: 2 Juni 1950

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ANDRA HÄFTET

Erik Ingelstam och Åke Thulin, Nyare konstruktioner inom spegeloptiken II 81
Agne Wahlgren, Om ekvationen $N=\Sigma x_i^3$ 97
Sture Nydell, Vinkelberäkning utan tabell 105
Bertil Johansson, Tråd- och bandspelare och deras användning 107
G. Starck, Några kemiska notiser 114
Walter Ekman, Ett enkelt termoskop 117
Bokanmälningar: Nagell, Elementär talteori; Zeuthen, Matematikens historie, oldtiden; Borel, Leçons sur la théorie des fonctions; Polya, How to solv it; Sierpinski, Leçons sur les nombres transfinis; Delachet, La géométrie contemporaine; Weiss, Higher Algebra; Birkhoff-MacLane, A Survey of Modern Algebra; Schaaf, Mathematics, Our Great Heritage; de Broglie, La mécanique ondulatoire des systémes de corpuscules; Guinier, Mécanique ondulatoire; Merrington, Viscometry; Davis, The Physical Principles of Gas Liquefaction; Ekman, Mekanik; Elmorf-Sands, Electronics; Advances in Electronics; Leverenz, Luminiscence of Solids; Knave, El-försök med katodstråleoscillograf; Atomåldern, Populära föreläsningar; Willstätter, Aus meinem Leben; Hildebrand, Principles of Chemistry; Read, A Direct Entry to Organic Chemistry; Wheland, Advanced Organic Chemistry; Feitknecht, Allgemeine und physikalische Chemie; Gustaver, Kemiska skolförsök; Forsell, Hur malm blir stål; Englund, Lärobok i kemi för realskolor; Kemiska undersökningsmetoder för livsmedel 118
Recensenter i detta häfte 139
Gradualavhandlingar (autoreferat): A. Byström, Studies on Oxides and Fluorides of Lead; L. Carleson, On a Class of Meromorphic Functions etc.; R. Kiessling, The Borides of Some Transition Elements; A. Magnéli, Crystal Structure Studies on Molybdenum and Tungsten Oxides etc. 140
Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. Bågman) 145
Matematiska och fysikaliska uppgifter i studentexamen mars 1950 149
Realexamen v. t. 1950: Provräkning 155
Praktisk realexamen v. t. 1950: Uppgifter i fysik och Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära 157
Tidskrifter, innehållsöversikt 144, 160

Insänd litteratur, se annonsbladet intill sid. 113.

Annonsörer: Forskningsinstitutet för fysik; Svenska Fysikersamfundet; Rudolph Grave; Svenska AB Philips; Svenska Bokförlaget; Norstedt & Söner (tre annonssidor).

Pris pr år kr. 10: — pr häfte kr. 3: —

ELEMENTA

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Pris pr år 10 kr., pr häfte 3 kr. Subskription sker enklast genom inbetalning av 10 kr. å postgiro nr 527 55, då tidskr. erhålles pr utgivarekorsband.

Vid behov av äldre årgångar vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Priset är för årg. 13–30 kr. 8 per årg. samt för årg. fr. o. m. 31 (1948) kr. 10. Av årg. 1–12 äro flera ofullständiga.

Pärmar av grön klot à kr. 1: 75; varje pärm är avsedd för två årg.: 1–2, 3–4, osv. t. o. m. 31–32. — Inbundna årg. enl. offert; tidigare priser på dessa gälla ej. Inbindning av äldre årgångar kan tyvärr inte ombesörjas av exp.

Särtryck:

1. Axel Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1: —.
2. Martin Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1: —.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1: —.
4. J. Tandberg, Vinkelns tredelning. Slutsåld.
5. Gustaf Ljunggren, Gasskyddets kemi, kr. 0: 80.
6. Stig Comét, Matrisräkning, kr. 1: 60.
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2: 40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1: 40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1: 40.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna — ett utrymmesproblem, kr. 1: 40.
11. C.-E. Fröberg — G. Kjellberg — O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3: —.

Problemhäften: 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948 och 1949 à 80 öre.

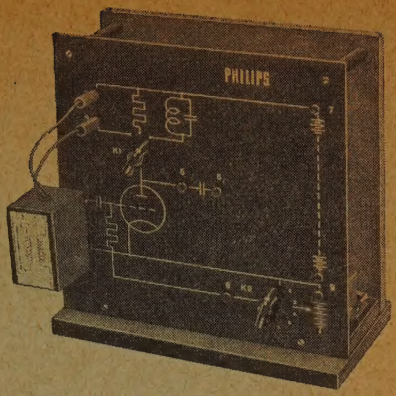
Särtrycken sändas pr post om inbetalning sker å tidskriftens postgiro 527 55 (skriv rekvisition å girokupongen). Även genom bokhandeln.

Redaktion och expedition: Karlbergsvägen 16IV, Stockholm Va

Obs!

En årgångsserie av Elementa årg. *1–28* (1917–1945) i 14 klotband, kan erhållas från tidskriftens exp. till ett pris av kr. 300: — jämte frakt. I första årg. saknas tredje häftet; serien är f. ö. fullständig.

Ny intressant undervisningsapparat för demonstration av elektronrörets olika funktioner



Philips välkända serie av undervisningsapparater har nu utökats med en ny typ DU 165 för visande av ett elektronrörs funktioner. Apparaten har i likhet med tidigare typer på framsidan ett tydligt kopplingsschema över de ingående detaljerna. Ett inbyggt nätanslutningsaggregat sörjer för att röret i apparaten erhåller erforderlig anodspänning och gallerförspänning. Batterier äro sålunda överflödiga. Gallerförspänningen är stegvis variabel och i anodkretsen kan med en omkopplare efter önskan inkopplas ett anodmotstånd, en resonanskrets med järnpulverkärna eller ett yttre anodströmsinstrument eller en yttre impedans av annat slag, t. ex. en högtalare eller transformator. Apparaten är mångsidigt användbar och bland de funktioner hos röret som enkelt kunna demonstreras kan nämnas:

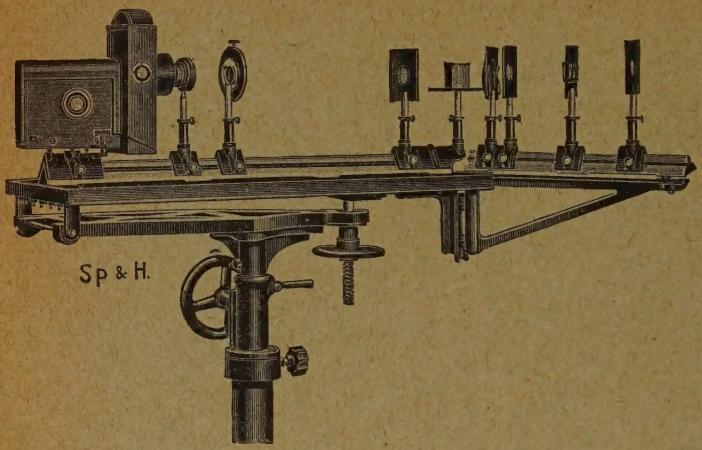
1 *Anodströmmens beroende av gallerspänningen. (Rörets I_a/V_g-karakteristik).*
2 *Rörets funktion som motståndskopplad förstärkare och uppmätning av förstärkningens storlek i detta fall.*
3 *Undersökning av fasförhållandet mellan ingångs- och utgångsspänning.*
4 *Undersökning av distorsionens uppkomst.*
5 *Undersökning av den avstämda anodkretsens funktion med avseende på förstärkning och selektivitet.*
6 *Röret som effektförstärkare.*
7 *Röret som anodlikriktare.*
8 *Röret som oscillator.*

Utförliga anvisningar för ovan nämnda försök medfölja varje apparat. Begär närmare upplysningar om denna och övriga i serien ingående undervisningsapparater och instrument från Philips Mätinstrumentavdelning, Stockholm 6.

Förutom den välkända serien undervisningsapparater levererar Philips för laboratoriebruk mätbryggor, visarinstrument, vridtransformatorer, spänningsstabilisatorer för växel- och likström, tongeneratorer, oscillografer m.m.

SVENSKA AB PHILIPS MÄTINSTRUMENTAVDELNINGEN · STOCKHOLM 6

Den moderna optiska bänken, som anpassar sig efter tidens krav . . .



EXPERIMENTBORDET

har en praktisk uppgift att fylla och utgör en värdefull tillgång i den fysikaliska apparaturutrustningen. Alla tillbehör äro normaliserade, d. v. s. framställda med sådan noggrannhet att de sinsemellan passa, även om inköpen ske vid olika tidpunkter

Offerter och förslag lämnas av

RUDOLPH GRAVE A.-B.

STOCKHOLM

Nyare konstruktioner inom spegeloptiken II.

Av docent Erik Ingelstam och ingenjör Åke Thulin

I en tidigare uppsats (Elementa 32 (1949): 2, s. 107) har en översikt givits av principerna för den nyare spegeloptiken och särskilt för de olika möjligheterna att med tillsatser korrigera sfäriska speglar, så att bildfelen kunna nedbringas till mycket små belopp. Därigenom har man kunnat utföra optiska konstruktioner, som särskilt i fråga om ljusstyrka men även i andra avseenden äro överlägsna tidigare instrument. I det följande ges en redogörelse för de viktigaste instrument som grunda sig på de nya spegelkonstruktionerna, och i samband därmed beröres något av tekniken vid deras framställning.

A. Instrument med Schmidtkorrektör

Astronomiska instrument

Spegelteleskopen äro ju av gammalt datum. Särskilt tidigare, då man företrädesvis betraktade objekten visuellt med okular, var det nödvändigt att ordna så, att spegelobjektivets fokus placerades bekvämt. Det har alltså tidigare endast i undantagsfall förekommit, att man observerat i primärfokus på spegelaxeln. På något av de sätt, som visas i fig. 1, har man för att undvika detta utformat systemet så, att det använda fokus kommit utanför själva strålgången. I Newton- och Herschelanordningarna, av vilken den senare fortfarande användes i åtskilliga kollimatorkonstruktioner i optiska laboratorier, är det dock som synes ett ur strålgången bragt primärfokus, som användes för observationen. I Gregory- och Cassegraininstrumenten åstadkommer en krökt spegel, konkav resp. konvex, att ett nytt fokus uppkommer nära ett centralt hål i huvudspegeln. Coudéanordningen (armbågs-) förlägger ett sådant fokus snett ut från instrumentet. Denna riktning sammanfaller lämpligen med den deklinationsaxel, kring vilken instrumentet under exponeringen av en stjärna vrides för att följa med denna. Om coudéspegeln får vrida sig kring kikaraxeln med hälften så stor vinkelhastighet som kikaren själv har, så ligger den slutliga strålen tydligen fast i rummet, och man kan vid F ha stationära anordningar, vanligen för spektroskopering av stjärnans ljus.

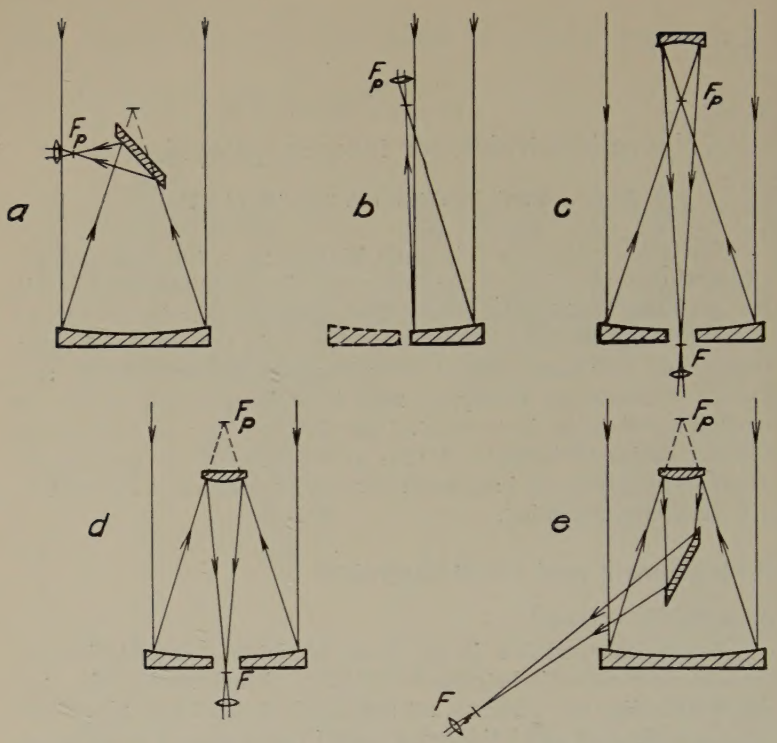


Fig. 1. Olika typer av spegelteleskop enligt *a* Newton, *b* Herschel, *c* Gregory, *d* Cassegrain, *e* coudéprincipen.

De astronomiska standardinstrumenten ha hittills i regel haft paraboliska speglar, men, som nämnts i den förra artikeln, blir det användbara synfältet ganska litet, nämligen endast någon grad eller av samma storleksordning som månskivan. Detta spelade givetvis ingen större roll, då det gällde att visuellt betrakta ett objekt, eftersom detta alltid kunde bringas i instrumentets axel, men det är ett helt annat förhållande, när man använder fotografiska metoder. Genom att i stället använda sfärisk spegel med Schmidtkorrektör får man även med ett stort öppningsförhållande, som vida överstiger de äldre instrumentens och därför minskar nödvändiga exponeringstider, ett intill flera hundra gånger större bildfält.

Efter Schmidts »uppfinning» år 1931 skaffade sig allt flera observatorier instrument med Schmidtkorrektör, vilka numera vanligen

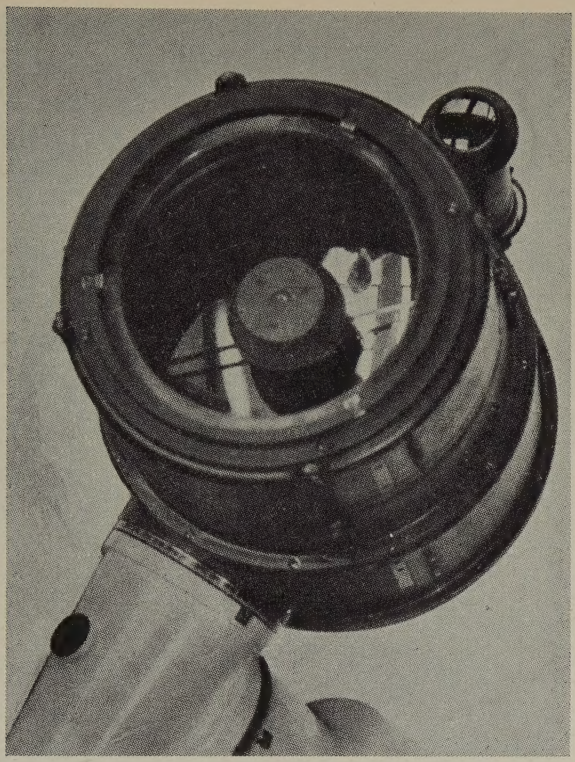


Fig. 2. Schmidtkamera med 8 tums diameter och 1 : 1.

kallas Schmidtkameror. Av en amerikansk forskare fick nyligen en av förf. veta, att anordningen beskrivits redan år 1910 i en amerikansk patentskrift av den tyskfödde men i USA verksamme optikern Kellner (ej att förväxla med konstruktören av Kellner-okularet). Tydligen hade man inte uppmärksammat anordningens praktiska möjligheter. Det uppges, att år 1941 44 observatorier voro utrustade med Schmidtkameror, och nu är sannolikt antalet det tredubbla. Oftast är det fråga om instrument med en diameter av omkring 25 cm; fig. 2 återger ett transportabelt instrument av denna storlek med öppningsförhållandet 1 : 1.

Det största hittills byggda Schmidtteleskopet finns i Palomar-observatoriet i Californien; en teckning av det återges i fig. 3. Som framgår av första delen av denna uppsats s. 118, skall spegeln vara större än korrektören för att de av den senare utåt-

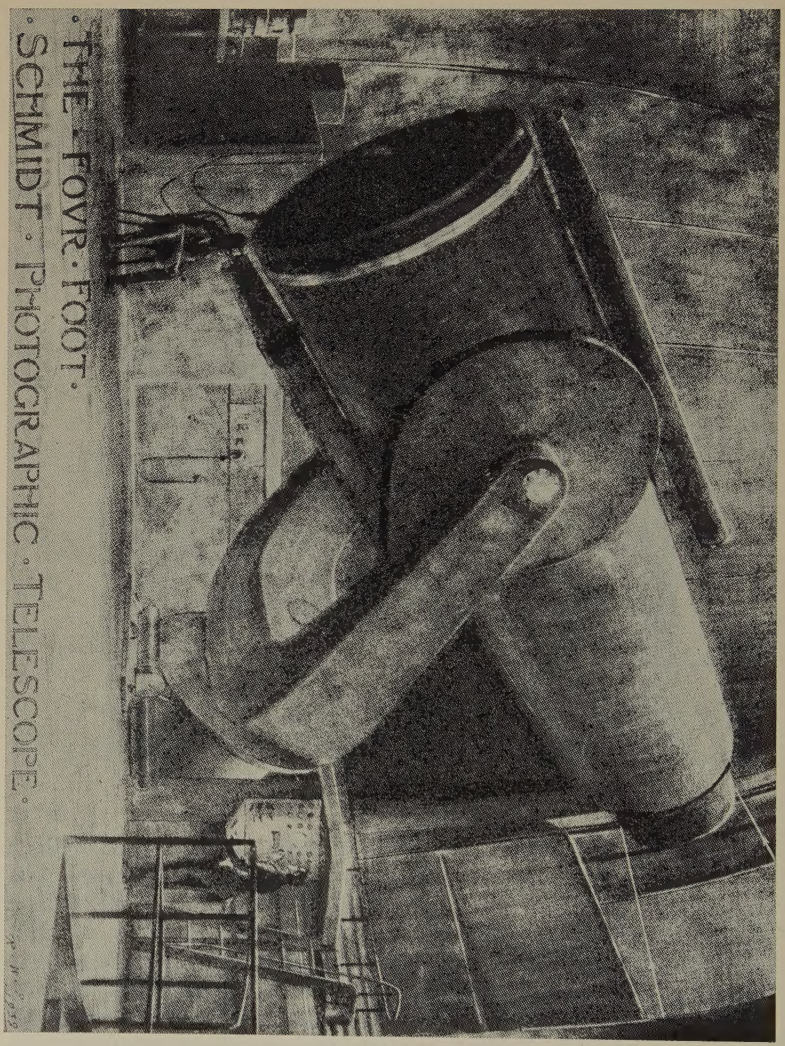


Fig. 3. Det f. n. största spegelteleskopet med Schmidtobjektiv vid Palomarobservatoriet i Californien.

brutna strålarna skola träffa spegeln. Den nyttiga öppningen utgöres givetvis av korrektörens rand, och detta mått bör anges för att karakterisera instrumentets storlek. I detta instrument är Schmidtplattan 48 tum = 122 cm i diameter och spegeln 72 tum = 182 cm. Öppningsförhållandet är 1 : 2,5.

Givetvis är Schmidtplattan konstruktionens väsentliga del, och på möjligheterna att framställa den i exakt form bygger det hela. Schmidt själv använde en metod, som senare har preciserats och utvecklats och utgör en av huvudmetoderna. Ämnet till Schmidtplattan, som måste vara ganska tjockt, lägges som lock till ett kärl, som sedan evakueras till lämpligt tryck. En diametral linje i plattan får då genom nedböjningen approximativt formen av en fjärdegradsparabel. I fig. 4 åskådliggöres i enormt överdriven skala detta förhållande. Under det plattan på detta sätt sitter böjd, avslipas och poleras den sfäriskt efter en yta, som tangerar fjärdegradsparaboloiden utefter en cirkel. Nedböjningen beräknas efter den eftersträvade formen, och den är många gånger större än de glastjocklekar, som skola avslipas. Den efter färdigpoleringen uppkomna formen skall bli den riktiga, men givet är, att förfaringssättet ingalunda är så enkelt. Ett ingående mätningsförfarande måste tillgripas för att kontrollera de olika zonernas tjocklek eller brytning, plattan måste korrigeras zonvis och anordningen slutligen avprovas rent optiskt.

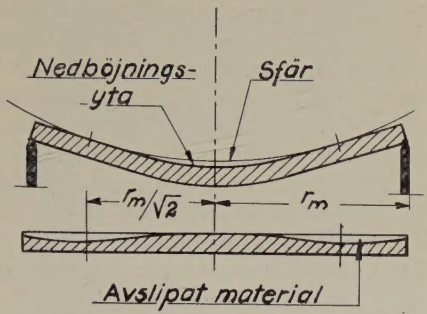


Fig. 4. Metod för slipning av Schmidtplatta.

I USA har man framställt stora serier av Schmidtplattor genom att på pantografisk väg avkopiera en moderplatta av en hård aluminiumlegering, som först tillverkats med mycket snäv tolerans. Det är själva polertrissan, som med pantografhävstänger föres utefter den rätta ytan på plattämnet. Man har i serietillverkning framställt fotografiska objektiv med 200 mm öppning och ljusstyrkan 1 : 0,78 med den mycket goda upplösningen av 77 linjer/mm.

Det är givet, att varje tekniker, som tack vare mycken möda och skicklighet lyckats framställa sådana plattor, därefter besitter en hel del erfarenheter av konstgrepp, som inte skulle vara av så stor nytta för andra tekniker, även om de skulle kunna publiceras. Beträffande storlek och övriga egenskaper, till exempel tillåtlig tjocklek hos plattorna med hänsyn till absorptionen i glaset, avviker också den ena Schmidtkameran oftast så mycket från den andra, att förfaringssätten måste bli ganska olika och kräva olika verktyg. Anordningen med vakuumhållen platta under slipningen kan ej användas vid plattor för större öppningsförhållande än 1 : 2.

Det är särskilt på sin plats att här nämna, att det konstruerats och håller på att konstrueras Schmidtteleskop här i landet. Sedan åtskilliga år använder Uppsalaobservatoriet en av professor Väisälä i Åbo konstruerad Schmidtkamera. Just nu ha monteringsanordningarna börjat för slipningen av speglarna och Schmidtplattorna till två relativt stora teleskop för observatorierna i Saltsjöbaden och i Uppsala. Saltsjöbadeninstrumentet skall ha 65 cm öppning och omkring 100 cm spegel med en fokaldistans av 3 meter, och Uppsalainstrumentets öppning skall vara 110 cm i diameter, dess spegel 135 cm och fokaldistansen troligen 3 meter.

Det är ingenjör Evert Aulin i Lidingö, som åtagit sig att utföra optiken till dessa instrument och nu påbörjar arbetena med den. Han har erfarenhet även av denna optiska teknik genom att han tidigare tillverkat ett par Schmidtkameror av ungefär 30 cm öppning med mycket gott resultat. Han använde därvid bland annat en mycket noggrann och samtidigt elegant metod att mäta formen på plattan genom ljusreflexion från olika zonpartier inom plattan. Det blir mycket intressant att vidare följa det arbete, som ingenjör Aulin här har tagit upp, till stor glädje för dem som vilja se svensk optik utvecklad.

Arbetena på Schmidtmetodens förfining och förändring för speciella ändamål pågå för närvarande med betydande intensitet, och man har även för astronomiskt ändamål konstruerat en del modifikationer. I den tidigare uppsatsen s. 121 nämndes, att man kan kombinera en Schmidtplatta och en koncentrisk korrektör, och vidare kan man vinna en del genom att använda två Schmidtplattor av olika glas och på ett visst avstånd från varann. En mycket intressant modifikation är den solida Schmidtkameran, i vilken Schmidtplattans profil och den sfäriska spegeln utgöra motstående sidor av ett och samma glasblock. Hela strålgången efter Schmidtplattan löper alltså i glas, och från framsidan borras ett axiellt hål, vars botten utgör fokalplanet, där den fotografiska filmen placeras. Genom ett totalreflekterande prisma, kittat invid profilerna, kan man för övrigt få ut fokalplanet i ett av glasblockets kanter. Den solida Schmidtkameran kan av lätt insedda skäl göras ännu mera ljusstark än den vanliga, men man kommer aldrig ifrån glasets dispersion, och därför lämpar den sig i stort sett endast för spektroskopisk registrering.

Projektionssystem för television

Tekniken inom televisionen är nu i ett betydelsefullt utvecklingsskede, och Schmidtoptiken har fått betydelse vid konstruktionen av större televisionsmottagare.

Televisionsbilden uppkommer på ett katodstrålerörs yta, och vid mindre mottagare betraktas bilden direkt. Man önskar naturligtvis erhålla en så stor yta som möjligt, men sådana rör, som ha tillverkats med diametrar upp till 40 cm, bli dyra och ömtåliga.

Det ligger nära till hands att använda ett mindre och ljusstarkare katodstrålerör och med lämplig optik förstora bilden på en skärm. Man kan på detta sätt driva förstoringen så långt som är möjligt med hänsyn till fluorescensskärmens lysförmåga. I fig. 5 visas en sådan mottagare, där den ursprungliga bilden, förstorad ungefär nio gånger, ger en skärmbild av storleken 32×40 cm. Här användes spegeloptik, som erbjuder flera fördelar i jämförelse med linsoptiken, främst beträffande ljusstyrkan.

Fig. 5. Televisionsmottagare med Schmidtprojektor. Philips.

I regel anordnar man systemet som framgår av fig. 6. Eftersom systemet i detta fall skall arbeta med både bild och föremål på ändliga avstånd, skall Schmidtplattan (CC) vara mera krökt än i de system som tidigare behandlats. En sådan platta passar endast för detta bestämda avstånd, men detta är ingen nackdel, om som här avståndet är fixerat.

Anordningen i fig. 6 synes vara den vanligaste och ingår i de konstruktioner, som förts i marknaden av Radio Corporation of America. En betydande nackdel är, att icke endast röret utan även dess spolar skärmar av synfältet och nedsätter systemets ljusstyrka. Bättre i detta avseende är systemet i fig. 7, vilket utvecklats av Philips. Här har man gjort det

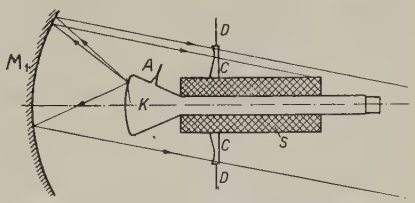


Fig. 6. Enkelt system för spegelprojektion av televisionsbild.

elektriska systemet helt skilt från strålgången. Det är denna anordning, som användes i apparaten i fig. 5.

Spegeloptiken medger, att en plan bild med jämnt fördelad skärpa kan erhållas. Vi erinra oss, att bildkrökningen är det huvudsakliga kvarstående felet hos ett sådant system, men om katodstråleröret utformas lämpligt, kompenserar dess krökning den som införes genom Schmidtplattan. Den ideala formen hos rörets lysande yta är den sfäriska, om bildplanet ligger på oändligt avstånd, men den elliptiska, om detta plan, som här är fallet, är beläget på ändligt avstånd. Utan större försämring kan emellertid

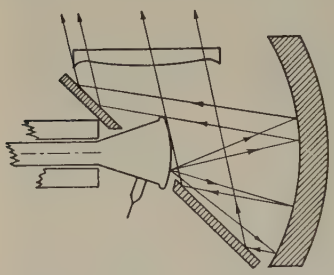


Fig. 7. Projektionssystem för television enl. Philips.

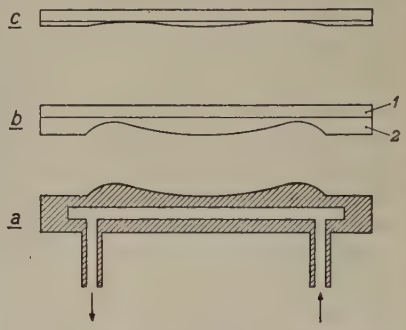


Fig. 8. Framställning av Schmidtplattor genom gelatingjutning. Philips.

katodstråleröret yta ges sfärisk form, och man tillverkar denna del av röret separat med optisk slipning och smälter samman den med det övriga röret.

Schmidtplattan gjutes ofta i plexiglas, som i stort sett har samma optiska egenskaper som glas, dock med mindre dispersion. Materialet pressgjutes i en matris, vilken polerats mycket noga och kontrollerats med noggranna optiska metoder. Kostnaden för framställningen ligger nästan helt på matrisen. De i sådan plast framställda korrektörerna, som äro av relativt litet format, synas ha tillfredsställande egenskaper. De äro dock i vissa avseenden sämre än glas, dels därför att de vid onormal temperaturpåkänning förändra sin form, och dels på grund av att ytan lätt repas. Man arbetar nu med att få fram plasttyper med större ythårdhet avsedda för optiska konstruktionselement.

Philipsfabriken har en originell metod för framställning av Schmidtkorrektörer till sina televisionsmottagare. Man gjuter nämligen i gelatin den del av plattan, som är variabel till sin tjocklek.

Fig. 8 visar nederst matrisen för denna gjutning, vars profildjup förstorats exempelvis 10 gånger mot vad man önskar hos den färdiga plattan. Matrisen kan upphettas till lämplig temperatur, varefter man låter en 10 %-ig gelatinlösning fylla rummet mellan denna och en plan glasplatta. Vid kylning stelnar gelatinlösningen, och hinnan har fästat vid glasplattan, som synes i fig. 8 b. Vid den långsamma torkningen krymper gelatinhinnan endast i djupled, och man får ett skikt vars tjockleksvariationer, nedförminskade till tiondelen av matrisens, äro de önskade (fig. 8 c). Detta har bland annat den fördelen, att förekommande ojämnheter i matrisens yta nedförminskas i samma skala, så att de bli betydelselösa. Metoden är som synes mycket elegant. Plattorna få samma beständighet och styrka som de i fotografin använda plåtarna, och man kan inom vissa gränser använda samma matris till framställning av korrektörer med olika styrka genom att variera gelatinlösningens koncentration. Metoden torde få användning även i andra sammanhang inom den optiska instrumenttekniken.

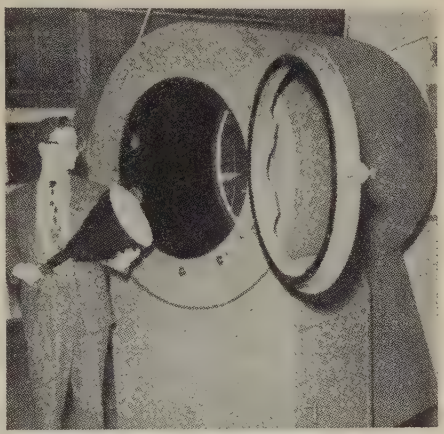


Fig. 9. Biografprojektor för television.

Man har länge varit intresserad av att kunna visa televisionsbilder på biografer. På detta sätt skulle man få ett slags ögonblicklig journalfilm. Problemet är härvid framför allt att erhålla en tillräckligt ljusstark bild på duken. Radio Corporation of America har utvecklat ett sådant system, där katodstråleröret har så hög spänning som 80 kV för att ljusstyrkan skall bli tillräcklig. Högsta möjliga apertur i det optiska systemet tjänar samma syfte, och därför har spegeln en diameter av 107 cm och Schmidtplattan diametern 76 cm. En apparat visas i fig. 9, och som synes är objektivet av astronomisk storleksklass.

Kameraobjektiv

Spegelobjektiv ha på senare tid fått en allt större användning vid speciella kameror för att ernå så stor ljusstyrka som möjligt.

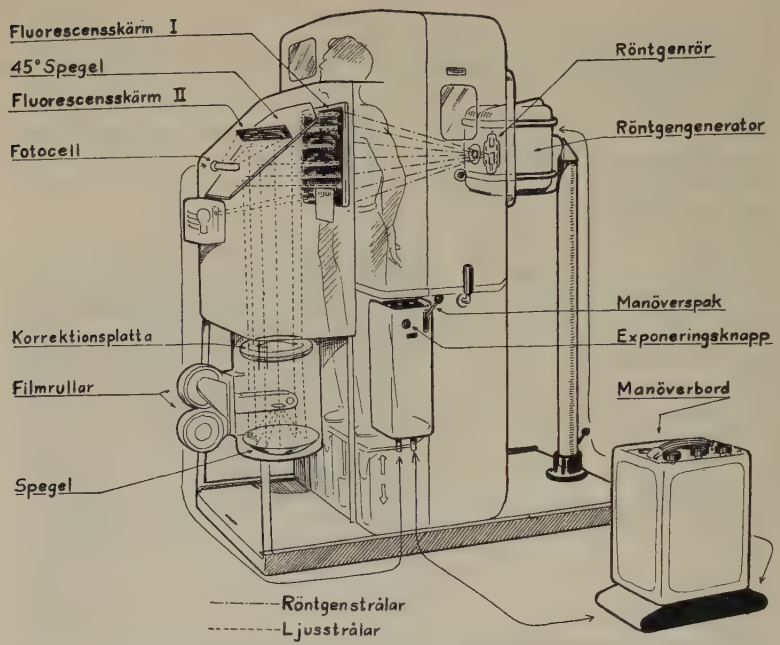


Fig. 10. Skärmbildsanläggning med Schmidtkamera tillverkad av AB Georg Schönander.

I USA har man försöksvis använt Schmidtoptik vid vissa televisionskameror avsedda för utomhusbruk. Då Schmidtkorrektörens utformning som förut nämnts är beroende av avståndsförhållandena, begränsas emellertid användningen huvudsakligen till avbildning av föremål på oändligt eller visst fixerat avstånd.

Det är här av speciellt intresse att något behandla Schmidtoptikens användning i samband med skärmbildsapparater, då den svenska röntgenfirman AB Georg Schönander numera utrustar sina skärmbildsapparater med sådan optik.

Vid skärmbildsfotograferingen fotograferas den synliga bild som uppstår på en av röntgenstrålar exciterad fluorescensskärm. Den kamera som användes för denna fotografering bör givetvis ha så stor apertur som möjligt, så att röntgenstrålningens intensitet kan hållas vid låga värden, varigenom dimensionerna både av de elektriska och de mekaniska delarna kunna nedbringas med minskning av kostnaderna som följd. Vid de nya typer av skärmbildsanläggningar, som firman nu tillverkar, har man också genom att

använda en kamera med Schmidtoptik kunnat betydligt minska vikten och storleken av apparaturen jämfört med tidigare konstruktioner, där linsoptik använts. Systemets utseende framgår i stort av fig. 10. En i 45° ställd plan spegel förändrar strålknippets riktning till vertikal. Film matas in direkt i bildplanet framför den sfäriska spegeln. I en typ av objektiv, avsedd för 70 mm film, är den sfäriska spegeln så stor som 32 cm i diameter, varvid systemets relativa apertur uppges vara ca 1 : 0,65. I en annan optik avsedd för 35 mm film har man en något mindre sfärisk spegel.

Tillverkningskostnaden för själva optiken är rätt hög, till stor del beroende på det utvecklingsarbete som ligger till grund för konstruktionen, men anses emellertid helt och hållet uppvägas av att kostnaden för spänningsaggregat, strålkälla m. m. kunnat minskas. Apparaten har i denna sin utformning med spegeloptik fått stor efterfrågan och bedömes som en lovande svensk exportartikel.

Bildomvandlarrör

Såsom optik för s. k. bildomvandlarrör för infrarött kom Schmidtsystemet att få en viss användning under kriget. Ett sådant rör kan sägas bestå av ett fotoskikt, som har förmåga att utlösa elektroner vid infallande infraröd strålning, samt elektronoptik, som accelererar elektronerna och fokuserar dem till en bild på en flourescensskärm, vilken då utsänder synligt ljus. För att bryta samman de infraröda strålarna till en bild på fotoemissionsskiktet måste man använda sig av någon form av optik, vilken kan utgöras av ordinära linssystem. För marina spaningsändamål uppställdes av den amerikanska flottan emellertid fordringar på stor ljusstyrka och stort synfält hos dessa objektiv. Då apparaturen i detta fall var avsedd att avbilda mycket avlägsna föremål, kunde ett Schmidtsystem med härför beräknad korrektör komma till användning. Åt The Polaroid Corporation uppdrogs att tillverka en serie dylika objektiv, vilka efter kriget funnits att köpa såsom

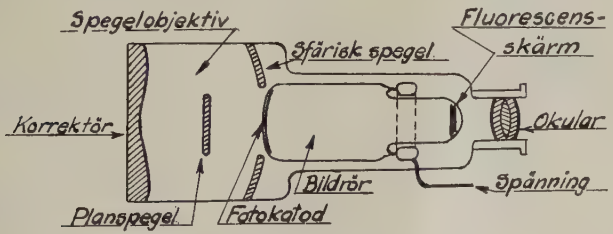


Fig. 11. Bildomvandlarrör med Schmidtoptik.

militär överskottsmateriel. Speglar och korrektionslinser pressades i plast, varför objektivet blev både lätt och billigt. Med en brännvidd av 65 mm kunde man uppnå en relativ apertur av ca 1 : 0,9, varvid objektivets yttre diameter var 110 mm. Optikens utformning framgår i stort av fig. 11.

B. Andra anordningar med spegeloptik

Spegelkikare

I fig. 12 återges ett par nyare konstruktioner av spegelkikare, vilka äro försedda med linskorrektörer; båda äro utformade vid den holländska firman De Oude Delft. De ansluta till de beräkningar, som återgivits i förra delen av denna uppsats. Den första kikaren (*a*) är som synes av Cassegraintyp, där den konvexa spegeln utgöres av mittpartiet hos korrektörlinsen. För att skärma bort de sneda strålarna i dessa kikare är det alltid nödvändigt att ha bländare, och trots detta är frågan om bortskaffandet av ströljus mera svårlöst än för linskikare. Kikaren har 20 gångers förstoring, alltså betydligt mera än vanliga handkikare av motsvarande yttre storlek.

Fig. 12 b visar en kikare av modifierad Gregorytyp. Trots att den inte ger fullt samma korrektion, erbjuder den en viss fördel i jämförelse med den tidigare typen, i det att kikartuben blir mindre tack vare att strålknippet av korrektörlinsen ges mindre diameter. Denna kikare, som åtminstone i en provserie har tillverkats

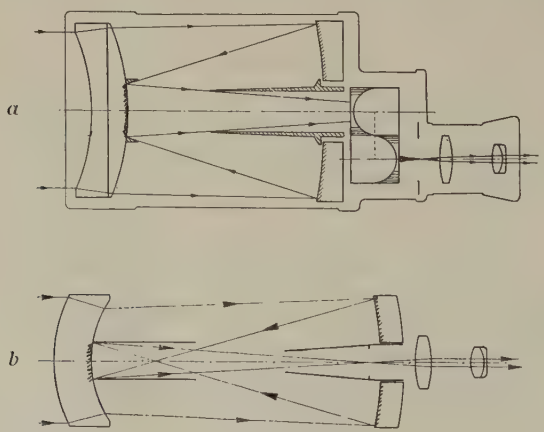


Fig. 12. Kikare med spegeloptik enligt Bouwers.

även i binokulärt utförande, är mycket liten och nätt och väger endast 350 gram. Den har dock en förstoring av 12 gånger, vilket som bekant ligger på gränsen till vad man kan använda utan särskilt stativ.

Vid spegelobjektiv, som äro avsedda att användas i kikare, måste man taga hänsyn till, att man får ett mörkfält på grund av att den spegel, som vänder strålknippet, avskärmar en del av det ingående ljusflödet. I fig. 13 återges förhållandet för en plan sådan spegel, och tydligen blir en kon kring axeln med toppvinkeln α mörk. I allmänhet är denna vinkel hos kikarna relativt liten, eftersom fokaldistansen är stor i förhållande till radien hos den skymmande spegeln. Okularet måste dock med hänsyn härtill utformas så, att geometrien hos det ur instrumentet utgående ljusknippet med dess mörka mittdel anpassas till ögat.

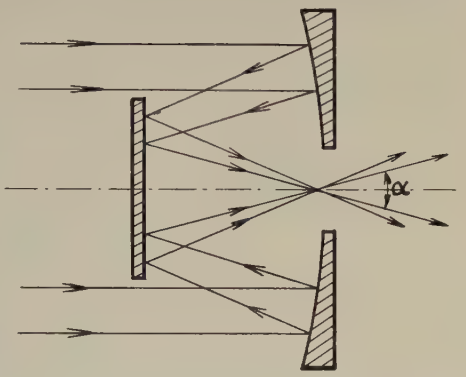


Fig. 13. Uppkomsten av mörkfält i kikare. (De inre parallellstrålarna skola beröra kanten av den plana spegeln.)

Spegelobjektiv för kameror

På grund av möjligheten att åstadkomma objektiv med stor ljusstyrka i förening med tillfredsställande upplösningsförmåga kan man använda spegelobjektiv med sfäriska korrektörer för fotografiska teleobjektiv. I fig. 14 synes ett av omnämnda holländska firma konstruerat sådant objektiv, som har öppningsförhållandet 1 : 5,6 och en brännvidd av 45 cm. Det anbringas på en vanlig Leica- eller Contaxkamera.

Även skärmbildskameror med sfäriska linskorrektörer (Odelca) tillverkas nu i Holland.

Fig. 14. »Fototel», teleobjektiv från De Oude Delft.

Spegelmikroskop

I första delen av denna uppsats nämndes, att man konstruerat spegelmikroskop med icke-sfäriska ytor. Emellertid är förfaringssättet vid framställningen av sådana ytor mycket besvärligt och dyrbart.

De första mikroskop, som industriellt tillverkats med spegel som objektiv och med enbart sfäriska ytor, torde vara de av De Oude Delft framställda. Ett sådant mikroskop visas i genomskärning i fig. 15.[1] Som synes, går ljusknippet in genom ett centralt hål i en planspegel och reflekteras sedan av den sfäriska spegeln, vilken är belägen rakt ovanför objektet och vars skruvinställning i höjdled utgör instrumentets enda justering. Det reflekterade

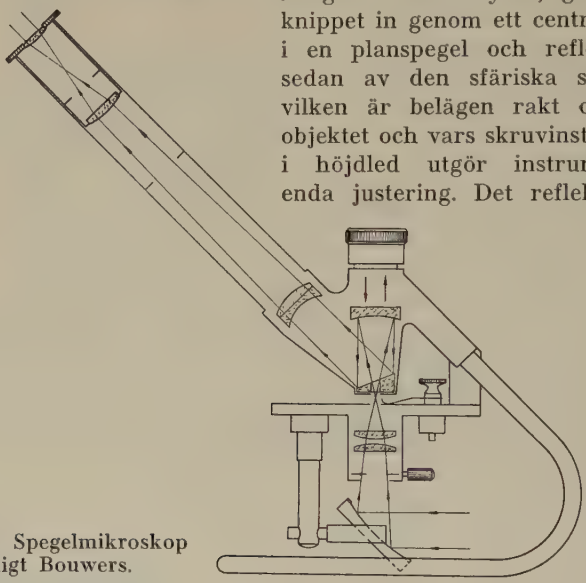


Fig. 15. Spegelmikroskop enligt Bouwers.

ljuset devieras av den tidigare omnämnda planspegeln, går genom en till objektivet hörande korrektörlins och sammanbrytes slutligen framfört ett okular av standardtyp. Den numeriska aperturen hos detta mikroskop, vilket torde vara billigt i tillverkningen och säges kunna motsvara kraven för vissa enklare ändamål, är 0,20. En fördel ligger i att det inte finns någon objektivfrontlins, som skall ställas in nära objektet. En sådan skadas som bekant lätt nog av en ovan observatör.

Här liksom vid de övriga instrumenten är ljusförlusten på grund av att en del av strålknippet bortskymmes en viktig sak. Själva nedsättningen av ljusstyrkan på grund av skuggkonen i utträdes-

[1] Se även bilden å annonsbladet intill sid. 96.

knippet är i och för sig av mindre betydelse än nedsättningen av upplösningsförmågan. Förhållandet måste särskilt beaktas vid konstruktionen av spegelmikroskop, och i detta av Bouwers konstruerade mikroskop utgör håldiametern 30 % av spegeldiametern.

Vid The Polaroid Corporation i USA har det de senaste åren utförts omfattande arbeten på konstruktioner av mikroskop med

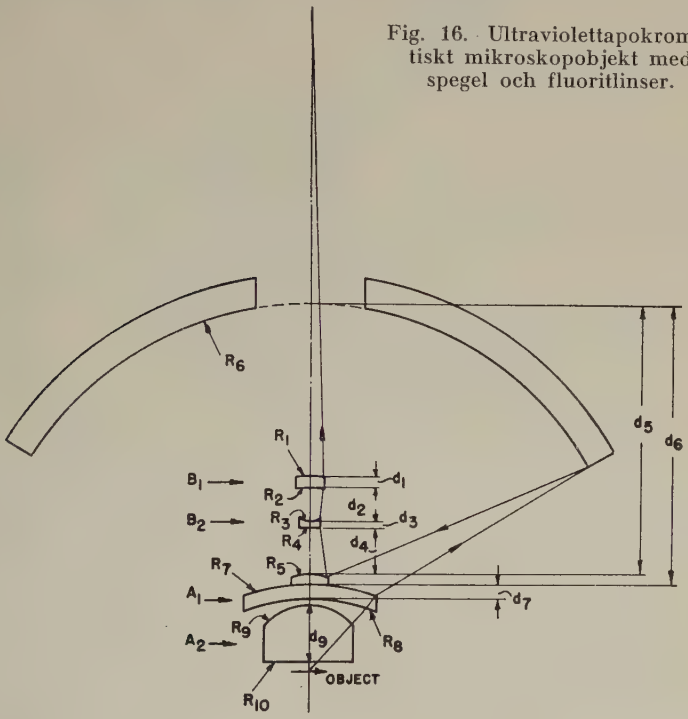


Fig. 16. Ultraviolettapokromatiskt mikroskopobjekt med spegel och fluoritlinser.

spegelobjektiv. I fig. 16 återges en av de typer, som visat det bästa resultatet. Här blir mikroskopets uppbyggnad mera konventionell, om man undantar den stora spegeln, som gör objektivet till en ovanligt omfångsrik del av instrumentet. Den numeriska aperturen hos detta objektiv är 1,1, och ungefär 25 % av diametern är bortskuggad. Linssystemet, vars alla linser äro av fluorit, är beräknat för att ge en mycket fullständig korrektion ända från 2000 Å til ungefär 10 000 Å, och det är särskilt betydelsefullt, att det på så sätt innefattar det ultravioletta området, som fått allt större betydelse, särskilt för cellforskningen.

Enligt uppgift från USA har numera den stora optiska firman Bausch and Lomb inköpt dessa konstruktioner och är i färd med en första tillverkning av dylika spegelmikroskop av mycket hög fullkomning.

Utvecklingen av konstruktionerna på det spegeloptiska området går nu ganska raskt. Vid den internationella konferens om optiska instrument, som skall hållas i London i juli 1950, äro två av fyra huvudavdelningar ägnade åt spegelmikroskop och spegelkikare.

Litteratur

D. D. MAKSUTOV, Journ. Opt. Soc. Amer. *34*, 270, 1944. Allmänt om spegeloptik och speciellt meniskkorrektörer.

A. BOUWERS, Achievements in Optics. Monographs on the progress of Research in Holland during the war. Nr. 1. Elsevier Publishing Co., Inc. New-York and Amsterdam. 1946. Boken, som är på 135 sidor, har fyra avdelningar: New optical systems. New optical instruments. Geometrical Optics. Physical Optics.

B. SCHMIDT, Mitt. der Hamburger Sternwarte in Bergedorf 7, 15, 1932. Originalmeddelande om uppfinningen.

C. CARATHÉODORY, Hamburger Mathematische Einzelschriften häfte 27: Elementare Theorie des Spiegelteleskops von B. Schmidt. Verlag Teubner, 1940.

E. H. LINFOOT, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, *108*, No. 1, 1948: Some recent applications of Optics to Astronomy. Beskriver bl. a. nyare modifikationer av Schmidtoptiken.

J. FLÜGGE, Neuere Spiegelobjektive. ZS. für Instrumentenkunde *61*, 175, 1941. Korrektörer för bakförsilvrade tjocka speglar.

I. G. MALOFF, Journ. Soc. Mot. Pict. Engineers *51*, 30, 1948. Projektionssystem för televisionsmottagare.

I. G. MALOFF and D. W. EPSTEIN, Electronics *17*, Dec., *98*, 1944. Spegeloptik för projektionstelevision.

P. M. VAN ALPHEN and H. RINIA, Philips Technical Review *10*, No. 3, 69, 1948. Projection-Television Receiver.

H. RINIA and P. M. VAN ALPHEN, Philips Technical Review *9*, No. 12, 349, 1947/48. The manufacture of Correction Plates for Schmidt Optical systems.

STARKIE, Journ. Television Society *5*, 86, 1947/48: Plastic lenses in television projection.

G. A. MORTON and L. E. FLORY, Electronics *19*, 112, Sept. 1946. Infrared Image Tube.

D. S. GREY and P. H. LEE, Journ. Opt. Soc. Amer. *39*, 719, 1949, samt *39*, 723, 1949. Nya serier av mikroskopobjektiv.

Nyhet

DELFTS spegelmikroskop

— med spegeloptik i stället för objektiv med linser —

Spegelobjektivet är fast och inställning sker genom att en spegel förskjutes inuti objektivet. Risk för att preparatet krossas föreligger således ej varför spegelmikroskopet är synnerligen lämpligt för elevlaborationer.

Spegelmikroskopet levereras med 2 okular, förstoringar 48 och 120 ggr till pris Kr. 304:—.

ENSAMFÖRSÄLJNING AV DELFTS OPTIK

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

BAND 27

AV

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDETS PUBLIKATION

KOSMOS

har utkommit med följande innehåll:

1. Hideki Yukawa. Av prof. Ivar Waller
2. Hur mesonteorien kom till. Av prof. Hideki Yukawa
3. W. F. Giauque. Av prof. Stig Claesson
4. Om ljushastighet och avståndsmätning. Av statsgeodet Erik Bergstrand
5. Hale-teleskopet på Palomar Mountain. Av observator Åke Wallenquist
6. Den aritmetiska enheten i en matematikmaskin. Av civilingenjör G. Neovius
7. Glimtar från seismologien. Av docent Markus Båth
8. Magneto-hydrodynamiska vågor. Av prof. Hannes Alfvén
9. De tropiska orkanernas problem. Av prof. Tor Bergeron
10. Extremt tunna metallhinnor, deras framställning och egenskaper samt användning inom elektronmikroskopien. Av prof. Nils Hast

Boken tillställes samfundets medlemmar *inbunden* jämte kvitto på medlemsavgift som postförskottsförsändelse å Kr. 12:—. Medlemskap erhålles efter hänvändelse till **Fil. Dr fru Anna Beckman, Lilljeborgsvägen 3, Uppsala.** Även institutioner och bibliotek antagas som medlemmar.

Samfundets medlemmar kunna i mån av tillgång erhålla bundna exemplar av äldre Kosmos-band till ett pris av 10 kr per styck, inklusive porto.

Kompendium i Kärnfysik

efter föreläsningar vid *Vetenskapsakademiens Forskningsinstitut för Fysik* kan erhållas genom bokhandeln eller direkt från institutet (Stockholm 50). Pris: 15:—.

Innehåll: Inledning till Kärnfysiken. Översikt av metoderna för mätning av radioaktiv strålning. Förstärkarapparatur för mätning av radioaktiv strålning. De olika strålslagens växelverkan med materia. Det radioaktiva sönderfallet. Radioaktivitetsenheter och standarder. Kärnspektroskopi. Koincidensmetoden. K-infångning. Kärnisomeri. Experimentella metoder att bestämma atomkärnors magnetiska moment. Alstring av energirika partiklar med radioaktiva ämnen och högspänningsanläggningar. Översikt av och teori för kärnreaktioner. Neutroners absorption. Mätning av neutrontvärsnitt. Framställning och registrering av neutroner. Kemiska metoder vid framställning av aktiva isotoper. Om användning av aktiva isotoper inom kemien. Apparater för multipel acceleration av lätta joner och elektroner. Laborationsövningar.

Om ekvationen $N=\Sigma x_i^3$

Av lektor Agne Wahlgren, Stockholm

Många hela tal kunna på ett eller flere sätt skrivas som en algebraisk summa av tre hela tals kuber. T. ex.

$$1=9^3-8^3-6^3=10^3+9^3-12^3;$$
$$2=7^3-6^3-5^3;\ \ 3=1^3+1^3+1^3=4^3+4^3-5^3.$$

Men för tal av formen $9n\pm4$ är detta ej möjligt. Ty varje helt tal har formen $3k$ eller $3k\pm1$, och dess kub har då formen $9m$ eller $9m\pm1$. För talen $9n\pm4$ är därför minsta antalet kuber 4, varvid alla baserna måste ha formen $3k+1$, resp. $3k-1$. För alla tal <250 av nämnda form har jag funnit uppdelningar i summor av fyra kuber. Det förefaller sannolikt, att detta är möjligt för alla dylika tal. Men något bevis är ej känt. Här skall nu ges en metod att söka dylika uppdelningar. Vi skola emellertid undvika oegentliga uppdelningar, dvs. sådana, där alla baserna ha en gemensam faktor.

Vi kunna slippa det dubbla tecknet och inskränka oss till $N=9n+4$, om n och N även få vara negativa. I likheten

$$N=\sum_1^4 x_i^3 \tag{1}$$

skola då alla x_i vara $\equiv1 \pmod 3$.

A. För $N=2M$ måste talen x_i två och två ha samma paritet. Deras differens är då delbar med 6, och vi kunna sätta

$$x_1=r+3z,\ \ x_2=r-3z,\ \ x_3=s+3t,\ \ x_4=s-3t,$$

där[1]
$$r\equiv s\equiv1 \pmod 3 \tag{2 a}$$

Av (1) erhålles då

$$r^3+27rz^2+s^3+27st^2=M$$
$$rz^2+st^2=(M-r^3-s^3):27=H \tag{A}$$

För att H skall bli ett helt tal, fordras att

$$r^3+s^3-M\equiv0 \pmod{27}$$

[1] Beträffande kongruenser och kvadratiska rester hänvisas till förf:s uppsats i Elementa 1947, s. 81.

Sättes $r=3r_1+1,\ s=3s_1+1,\ M=9m+2,$

erhålles $9r_1+1+9s_1+1-9m-2\equiv 0 \pmod{27}$

$$3r_1+3s_1-3m\equiv 0 \quad \therefore\ r+s\equiv 3m+2 \pmod 9 \qquad (3\,a)$$

Talen r och s kunna ha en gemensam faktor, endast om denna även ingår i M. I det följande behandlas endast det fall, då r och s äro relativa primtal. Vi sätta

$$r=2^a\Pi r_i,\ \ s=2^b\Pi s_i,\ \ H=2^c\Pi h_i\left(\Pi h_i'\right)^2$$

där alla h_i äro olika samt a eller b eller båda $=0$. Alla r_i, s_i, h_i och h_i' äro udda primtal. Av $r^2z^2+rst^2=rH$ erhålles

dels $r^2z^2\equiv rH \pmod{s_i}$, dels $r^2z^2\equiv -rst^2 \pmod{h_i}$ (4) (5)

och av (4) och $81rH=3r(M-r^3-s^3)$

erhålles $$81r^2z^2\equiv 3r(M-r^3) \pmod{s_i} \qquad (6)$$

På liknande sätt erhålles

$$81s^2t^2\equiv 3s(M-s^3) \pmod{r_i} \qquad (7)$$

Enligt (6), (7) och (5) fordras således, att

$3r(M-r^3)$	är kvadratisk rest till varje		s_i
$3s(M-s^3)$	»	»	r_i
$-rs$	»	»	h_i

(8 a)

Däremot kan $-rs$ vara kvadratisk icke-rest till en faktor h_i'. Ty om så är fallet, kan h_i' bortskaffas genom substitutionen $z=h_i'u$, $t=h_i'v$. Särskilt kan observeras, att 3 ej får vara faktor i H, om ej 3 ingår till jämn dignitet. Ty $-rs$ är $\equiv 2 \pmod 3$ enligt (2 a) och är således icke-rest till 3.

I fråga om 2-faktorer iakttages följande. Ekvationen (A) kan skrivas

$$81rz^2+81st^2=3(M-r^3-s^3)$$

$$\therefore\ rz^2+st^2\equiv 3(M-r^3-s^3) \pmod 8 \qquad (9)$$

1) Om både r och s äro udda, erhålles härav, eftersom varje udda kvadrat är $\equiv 1 \pmod 8$,

$$rz^2+st^2\equiv 3(M-r-s) \pmod 8 \qquad (10)$$

För udda M blir högra membrum udda. Då måste z och t ges olika paritet. För jämnt z erhålles

$$s\equiv 3M-3r-3s \quad \therefore\ r\equiv M \pmod 4$$

För jämnt t erhålles på samma sätt $s\equiv M \pmod 4$.

Åtminstone ett av talen r och s måste således vara $\equiv M \pmod 4$.

För jämnt M måste z och t ha samma paritet och således båda vara jämna. Ty för udda z och t bli alla fyra x_i jämna, och framställningen blir oegentlig. Då ger (10) villkoret

$$r+s\equiv M \pmod 4$$

2) Om r är udda och s är jämnt, erhålles av (9)

$$rz^2+st^2\equiv 3(M-r) \pmod 8 \qquad (11)$$

Om M då är udda, måste z vara jämnt,

$$\because\ st^2\equiv 3(M-r) \pmod 4$$

Väljes $s\equiv 0 \pmod 4$, erhålles villkoret $r\equiv M \pmod 4$.

Väljes $s\equiv 2 \pmod 4$, kan r väljas godtyckligt, i det att t väljes udda eller jämnt, allteftersom $M-r$ har en eller flere faktorer 2.

Om däremot M är jämnt, måste z vara udda. För att ej alla fyra x_i skola bli jämna, måste då även t vara udda. Av (11) erhålles då

$$r+s\equiv 3M-3r \quad \because\ s\equiv 3M-4 \pmod 8 \qquad (12)$$

ty $4r\equiv 4$ för udda r. Adderas $8-4M$, som är $\equiv 0$, får man

$$s\equiv 4-M \pmod 8 \qquad (12\,a)$$

Detta ger för $M\equiv 0 \pmod 8$ villkoret $s\equiv 4 \pmod 8$
för $M=4 \pmod 8$ villkoret $s\equiv 0 \pmod 8$
för $M\equiv 2 \pmod 4$
$\because\ 2M\equiv 4 \pmod 8$ villkoret $s\equiv M \pmod 8$.

Det sista erhålles lättast ur (12).

3) För jämnt r och udda s byta r och s plats i de erhållna villkoren.

Beträffande pariteten hos r och s ha vi sålunda funnit, att om M är udda, måste åtminstone det ena vara $\equiv M \pmod 4$, om båda äro udda; och om det ena har faktorn 4, måste det andra vara $\equiv M \pmod 4$. Om M är jämnt, fordras $r+s\equiv M \pmod 4$, om båda äro udda; och om ett av talen är jämnt, måste det vara $\equiv 4-M \pmod 8$.

B. Om två x_i äro jämna och två udda, kan man även bilda par av ett jämnt och ett udda x-värde. Då sättes

$$x_1=\tfrac{1}{2}(r+3z),\ x_2=\tfrac{1}{2}(r-3z),\ x_3=\tfrac{1}{2}(s+3t),\ x_4=\tfrac{1}{2}(s-3t)$$

där r, z, s, t äro udda och

$$r\equiv s\equiv -1 \pmod 3 \qquad (2\,b)$$

$$\because\ rz^2+st^2=(4N-r^3-s^3):27=H=2^c H_1 H_2^2 \qquad (B)$$

Här äro H_1 och H_2 udda och H_1 saknar kvadratisk faktor. Då fordras

$$r^3+s^3-4N\equiv 0 \pmod{27}$$

Sättes $r=3r_1-1,\ s=3s_1-1,\ N=9n+4,$

erhålles $9r_1-1+9s_1-1-36n-16\equiv 0 \pmod{27}$

$$3r_1+3s_1-3n-6\equiv 0 \quad \because\ r+s\equiv 3n+4 \pmod 9 \qquad (3\,b)$$

Vidare erhållas villkoren, att

$3r(4N-r^3)$	är kvadratisk rest till varje faktor i		s	
$3s(4N-s^3)$	»	»	r	(8 b)
$-rs$	»	»	H_1	

Av $81rz^2+81st^2=3(4N-r^3-s^3)$

får man $r+s\equiv -3(r+s) \quad \because\ 4(r+s)\equiv 0 \pmod 8$

eftersom r, s, z, t äro udda och N jämnt. Men detta villkor är uppfyllt för alla udda r och s.

C. Om N är udda, tänkas kuberna ordnade så, att de båda första ha olika, de båda sista lika paritet. Då sättes

$$x_{1,2}=\tfrac{1}{2}(r\pm 3z),\quad x_{3,4}=s\pm 3t$$

där r och z äro udda och

$$r\equiv -s\equiv -1 \pmod 3 \qquad (2\,c)$$

Här erhålles $rz^2+8st^2=(4N-r^3-8s^3):27=H=H_1H_2^2$ (C)

$$\because\ r^3+8s^3-4N\equiv 0 \pmod{27}$$

För $r=3r_1-1,\ s=3s_1+1,\ N=9n+4$ får man

$$9r_1-1+8(9s_1+1)-36n-16\equiv 0 \pmod{27}$$

$$9r_1-9s_1-9n-9\equiv 0 \pmod{27}$$

$$3r_1-3s_1-3n-3\equiv 0 \quad \because\ r-s\equiv 3n+1 \pmod 9 \qquad (3\,c)$$

Ekvationen (C) kan skrivas

$$81rz^2+81\cdot 8st^2=3(4N-r^3-8s^3) \qquad (12)$$

I st. f. (5), (6) och (7) får man här

$$\begin{aligned} r^2z^2&\equiv -8rst^2 &&\pmod{h_i}\\ 81r^2z^2&\equiv 3r(4N-r^3) &&\pmod{s_i}\\ 81\cdot 4s^2t^2&\equiv 6s(N-2s^3) &&\pmod{r_i}\end{aligned}$$

Man får därför villkoren, att

$3r(4N-r^3)$	är kvadratisk rest till varje faktor i		s	
$6s(N-2s^3)$	»	»	r	(8 c)
$-2rs$	»	»	H_1	

För mod 8 erhålles av (12), eftersom r och z äro udda,

$$r\equiv 3(4N-r) \quad \because\ 4r\equiv 4N \pmod 8$$

Men detta villkor är alltid uppfyllt för udda r och N.

Om nu r och s ha samma tecken i (A), (B) eller (C), är det tydligt, att om över huvud några lösningar finnas, deras antal ej kan vara oändligt. Detta blir däremot fallet, om man väljer r och s med olika tecken, t. ex. $s=-s_1$, där s_1 är positivt. Teorien för den ekvationstyp, man då erhåller, är väl känd. *Om* det finnes en lösning z_0, t_0 till exempelvis (A)

$$rz^2-s_1t^2=H \tag{A}$$

och p, q är en lösning till

$$p^2-rs_1q^2=1$$

[denna ekvation kan alltid lösas], erhåller man oändligt många lösningar ur likheten

$$z_v\sqrt{r}+t_v\sqrt{s_1}=(z_0\sqrt{r}+t_0\sqrt{s_1})\,(p+q\sqrt{r}\cdot\sqrt{s_1})^v \tag{13}$$

som sönderfaller i två, i det man var för sig jämför koefficienterna för $\sqrt{r}$ och $\sqrt{s_1}$. Multipliceras nämligen (13) med den likhet, som erhålles genom teckenbyte framför $\sqrt{s_1}$ och som satisfieras samtidigt med (13), erhålles

$$rz_v^{\,2}-s_1t_v^{\,2}=(rz_0^2-s_1t_0^2)(p^2-rs_1q^2)^v=H$$

Exponenten v kan även väljas negativ, varvid är att märka, att

$$(p+q\sqrt{rs_1})^{-v}=(p-q\sqrt{rs_1})^v$$

I många fall har (A) flere dylika serier lösningar. I vissa fall erhålles ett fördubblat antal lösningar, om man utbyter den sista parentesen i (13) mot

$$\left(\frac{p+q\sqrt{rs_1}}{2}\right)^v$$

där p och q äro udda tal, som satisfiera likheten $p^2-rs_1q^2=4$. Ex. $N=76$. Metoden A ger för $r=7$, $s=-2$

$$2t^2-7z^2=11, \quad p^2-14q^2=1$$

$$t_0=3, \quad z_0=1, \quad p=15, \quad q=4$$

$$t_v\sqrt{2}+z_v\sqrt{7}=(3\sqrt{2}+\sqrt{7})\,(15+4\sqrt{14})^v$$

För $v=0$, -1, 1 erhålles

$$76=(10,\ 4,\ 7,\ -11)=(34,\ -20,\ 49,\ -53)=(124,\ -110,\ 217,\ -221)$$

där (x_1, x_2, x_3, x_4) är en förkortad beteckning för högra membrum i (1).

Det förefaller, som om r och s kunna väljas på flere olika sätt för varje N. Jag har rent av för alla $N<250$ kunnat välja $r=1$ eller -1. Här anges endast resultaten för $N<100$. För jämna N ger (A) med $r=1$ och $-s=$resp. 71, 5, 56, 80, 599, 2 för de positiva och 11, 5, 26, 2, 14 för de negativa talen N:

$4=(2803,-2801,259,-401)$ $\quad -14=(22,-20,-11,-11)$
$22=(16,-14,1,-11)$ $\quad -32=(7,-5,-5,-5)$
$40=(244,-242,-53,-59)$ $\quad -50=(79,-77,-23,-29)$
$58=(415,-413,-77,-83)$ $\quad -68=(4,-2,1,-5)$
$76=(29017,-29015,535,-1733)$ $\quad -86=(55,-53,-2,-26)$
$94=(7,-5,1,-5)$

För udda N ger (C) med $r=-1$ och $s=$resp. 4, 565, 1, 4, 16 för de positiva och 1, 16, 4, 1, 7, 22 för de negativa talen N:

$-5=(1,-2,1,1)$
$13=(10,-11,7,1)$ $\quad -23=(145,-146,40,-8)$
$31=(229687,-229688,7390,-6260)$ $\quad -41=(7,-8,4,4)$
$49=(1,-2,4,-2)$ $\quad -59=(4,-5,1,1)$
$67=(4,-5,4,4)$ $\quad -77=(19,-20,10,4)$
$85=(85,-86,28,4)$ $\quad -95=(130,-131,37,7)$

Jag övergår nu till tal, som ej ha formen $9n\pm4$. Det är ingalunda säkert, att ekvationen

$$N=x_1^3+x_2^3+x_3^3 \tag{14}$$

kan lösas för alla sådana tal. I en uppsats i den danska Matematisk Tidsskrift B, 1940, s. 37—39 anger A. S. Bang lösningar till denna ekvation för alla dylika $N<100$ utom 30, 33, 39, 42, 51, 52, 74, 75, 84 och 87. För två tal är ett $x_i=0$, nämligen

$$61=5^3-4^3 \text{ och } 65=4^3+1^3$$

och för 16, 24, 80 och 96 äro lösningarna oegentliga. De ha erhållits genom fördubbling av baserna i motsvarande framställningar av talen 2, 3, 10 och 12. Jag har ytterligare funnit

$51=(659,602,-796)$ $\quad 87=(4271,-4126,-1972)$
$16=(1626,-1609,-511)$ $\quad 65=(12481,-12480,-776)$

[*Om* lösningar finnas för de återstående talen, anser jag det sannolikt, att x-värdena äro minst femsiffriga. Av ekvationen (16) härnedan synes, att primfaktorer p av formen $6k+1$ kunna ingå i u, endast om de ha N till kubisk rest. Häremot svara tre restvärden till x (mod p). Däremot är varje primtal $q=6k-1$ tänk-

bart som faktor i u, och mot detta svarar en enda rest för x (mod q). Vidare har jag utgående från (16) gjort upp tabeller över möjliga rester för x, svarande mot olika rester för N och u (mod 5, 7, 11, 13, 17 eller 19). Jag har även funnit en mängd andra kongruenser, som u, x måste uppfylla, varigenom jag endast för några tiotal värdepar u, x med högst 4 siffror och primfaktorer < 600 behövt pröva, om (16) ger ett kvadrattal för z^2. Men jag utelämnar dem här, då undersökningen för varje N dock kräver mycket arbete och ej lett till något resultat.]

Här kan man ej ur en lösning erhålla oändligt många. Men i enstaka fall kan man ur en enkel lösning erhålla ännu en. Genom substitutionen

$$u=x_1+x_2,\quad z=x_1-x_2,\quad x=x_3 \tag{15}$$

övergår (14) till

$$u^3+3uz^2+4x^3=4N \tag{16}$$

Har man funnit en lösning $u=a$, $z=b$, $x=c$, kan man behålla a och skriva

$$a^3+3az^2+4x^3=4N \tag{17}$$

Denna ekvation anger en kurva i xz-planet. Tangenten i punkten (c, b) skär kurvan i ännu en punkt, vars koordinater utgöra en rationell lösning till (17). Tangentens ekvation blir

$$z=Ax+B,\quad \text{där}\quad A=-\frac{2c^2}{ab},\quad B=b+\frac{2c^3}{ab}$$

Insättes detta i (17), erhålles

$$4x^3+Cx^2+Dx+E=0$$

där $$E=3aB^2+a^3-4N=3aB^2-3ab^2-4c^3=8c^3+\frac{12c^6}{ab^2}$$

Ekvationen har två rötter $=c$; den tredje blir

$$x=-\frac{E}{4c^2}=-2c-\frac{3c^4}{ab^2} \tag{18}$$

varefter man får

$$z=b+\frac{6c^3}{ab}+\frac{6c^6}{a^2b^3} \tag{19}$$

Här bli x och z hela tal, om a och b äro relativa primtal och ingå som faktorer i resp. c^3 och c^2. Om a och b ha en gemensam udda faktor, måste dess primfaktorer även ingå i c. Den givna framställningen av N är då oegentlig. Men den nya kan likväl bli egentlig, om nämligen varje gemensam primfaktor p ingår i a, b och c så, att den försvinner i sista termen i (19). Av likheterna

$$\left(\frac{3c^4}{ab^2}\right)^3 = 3a\left(\frac{3c^6}{a^2b^3}\right)^2 \quad \text{och} \quad \left(\frac{3c^3}{ab}\right)^2 = 3b \cdot \frac{3c^6}{a^2b^3} \tag{20}$$

synes, att p då blir kvar i sista termen i (18) och i andra termen, liksom i första, i (19). Alltså blir p faktor i x men ej i z.

I fråga om 2-faktorer visar (15), att a och z, liksom a och b, måste ha samma paritet. Om $a=2a_1$, $b=2b_1$, $z=2z_1$, ge (19) och (15)

$$z_1 = b_1 + \frac{3c^3}{ab} + \frac{3c^6}{a^2b^3} \tag{21}$$

$$x_1 = a_1 + z_1, \quad x_2 = a_1 - z_1$$

Den givna framställningen är egentlig eller oegentlig, allteftersom a_1 och b_1 ha motsatt eller samma paritet. För att den nya framställningen skall bli egentlig, skall således z_1 och b_1 i förra fallet ha samma, i senare fallet motsatt paritet. Detta inträffar, om 2-faktorer ingå i a, b och c så, att sista termen i (21) blir jämn i förra, udda i senare fallet. Av (20) inses, att mellersta termen blir jämn i båda fallen.

Ex. 1. $N=34=2^3-1^3+3^3$ ger $a=1$, $b=3$, $c=3$; $x=-33$, $z=219$

$$34=110^3-109^3-33^3$$

Ex. 2. $N=27=6^3+3^3-6^3$. Denna särdeles oegentliga framställning ger likväl

$$a=9, \quad b=3, \quad c=-6; \quad x=-36, \quad z=83$$

$$27=46^3-37^3-36^3$$

I följande tabell anges de resultat, som ytterligare erhållits för $N<100$, varvid för varje N den första framställningen har varit den givna.

$2=(1,0,1)=(7,-6,-5)$
$7=(0,-1,2)=(168,-169,44)$
$9=(1,0,2)=(217,-216,-52)$
$18=(-1,-2,3)=(215,-218,75)$
$20=(1,-2,3)=(55,-56,21)$
$26=(0,-1,3)=(2106,-2107,237)$
$27=(-4,-5,6)=(1652,-1661,420)$
$28=(1,0,3)=(2269,-2268,-249)$
$36=(-1,-3,4)=(71,-75,40)$
$36=(2,1,3)=(272,-269,-87)$
$38=(1,-3,4)=(25,-27,16)$
$63=(0,-1,4)=(12096,-12097,760)$
$65=(1,0,4)=(12481,-12480,-776)$
$88=(5,3,-4)=(17,-9,-16)$
$90=(3,-1,4)=(75,-73,-32)$
$90=(-2,-3,5)=(1798,-1803,365)$
$92=(3,1,4)=(123,-119,-56)$

Vinkelberäkning utan tabell

Av rektor Sture Nydell, Göteborg

Om i en rätvinklig triangel kateterna äro a och b samt hypotenusan c, erhålles vinkeln A i grader approximativt ur formeln

$$A = \frac{172a}{b+2c} \qquad (A \leqq 45°) \tag{1}$$

Om den sökta vinkeln är 45°, sökes i stället komplementvinkeln.

Formeln härledes med hjälp av serieutvecklingarna för sinus och cosinus, där två termer i vardera medtagas.

Ur $\sin x = x - \frac{1}{6}x^3$ och $\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2$ erhålles då

$$\frac{3 \sin x}{2 + \cos x} \approx \frac{3x - \frac{1}{2}x^3}{3 - \frac{1}{2}x^2} = x \qquad (x \text{ i radianer})$$

Man har alltså

$$x \approx \frac{3 \sin x}{2 + \cos x} \tag{2}$$

varav

$$A° = \frac{180°}{\pi} \cdot x \approx \frac{180}{\pi} \cdot \frac{3 \sin A}{2 + \cos A} = \frac{540}{\pi} \cdot \frac{\sin A}{2 + \cos A} \approx \frac{172 \sin A}{2 + \cos A}$$

Alltså

$$A° \approx \frac{172 \sin A}{2 + \cos A} \tag{3}$$

Emedan i en rätvinklig triangel $\sin A = a/c$ och $\cos A = b/c$, blir approximativt

$$A° = \frac{172a}{b+2c}$$

Felets storlek kan man finna genom att i potensserie utveckla

$$F = \frac{3 \sin x}{2 + \cos x} = \sin x \left(1 - \frac{1 - \cos x}{3}\right)^{-1}$$

Härvid erhålles

$$F = x - \Delta_1, \text{ där } \Delta_1 = \frac{x^5}{180} + \frac{x^7}{1512} + \ldots$$

Felet vid beräkning av A enl. (1) uppstår dels genom att Δ_1 försummats i (2), dels genom att talet $540/\pi$ utbytts mot 172. Totala felet Δ (i grader) vid användning av (1) blir, om Δ är skillnaden mellan det approx. värdet och det verkliga,

$$\Delta = \frac{172 \sin x}{2+\cos x} - \frac{180x}{\pi} = \frac{172}{3} \cdot F - \frac{180x}{\pi} = x\left(\frac{172}{3} - \frac{180}{\pi}\right) - \frac{172}{3}\Delta_1$$

Om termer t. o. m. x^7 medtagas, erhålles alltså

$$\Delta \approx 0{,}0375\, x - 0{,}3185\, x^5 - 0{,}0379\, x^7 \qquad (4)$$

där Δ angives i grader och x är vinkelns verkliga värde i radianer.[1] Formel (4) ger Δ i intervallet $0° - 45°$ med tre korrekta decimaler.

Man får

$$\Delta_1 = x - \frac{3 \sin x}{2+\cos x} = \int_0^x \left(\frac{1-\cos x}{2+\cos x}\right)^2 dx > 0$$

vilket inses, om man deriverar Δ_1. Detta fel ger således alltid för litet approximativt värde. Utbytet av $540/\pi$ mot 172 höjer däremot det approx. värdet. De båda felen upphäva varandra för $A = 33{,}2°$, så att $\Delta = 0$.

Tabell över felets variation	
$A°$	$\Delta°$
0	0,
5	+0,003
10	+0,006
15	+0,009
20	+0,011
25	+0,011
30	+0,006
35	−0,005
40	−0,030
45	−0,073

I intervallet $0° \leq A \leq 33{,}2°$ är $\Delta_{max} = 0{,}012$, när $A = 22{,}3°$.

» $33{,}2° \leq A \leq 45°$ är $|\Delta|$ monotont växande.

» $0° \leq A \leq 42{,}6°$ är $|\Delta| < 0{,}05°$.

Anm. I »Navigation», Journal of the Institute of Navigation, U. S. A., nr 3/1949, där formel (1) i korthet omnämnes, säges, att den daterar sig från år 1514. — I C. Heuman, »Fyrställiga tabeller över logaritmer och trigonometriska tal», sid. 111 angives formel (3).

[1] Formellt hade det varit riktigare att utveckla i serie efter $\sin x$ och $\cos x$ i stället för efter vinkelns verkliga värde x, men reellt är det likgiltigt vilken metod, som användes.

Tråd- och bandspelare och deras användning

Av förste assistent Bertil Johansson, Stockholm

Redan i slutet av förra århundradet angavs av Valdemar Poulsen möjligheten av ljudupptagning på magnetisk väg med hjälp av ståltråd. Det skulle dock dröja flera årtionden, innan den tekniska utvecklingen hunnit så långt, att principen kunde läggas till grund för våra dagars konstruktioner. Först på 30-talet kunde man — nu med hjälp av elektronrörsförstärkare — presentera apparater med god ljudkvalitet. Efter det andra världskrigets slut har en mängd olika typer av såväl band- som trådspelare av olika utförande förts ut på marknaden.

Någon standardisering av benämningar på apparaterna har ännu ej fastställts, men i det följande kommer beteckningen -spelare att användas. Apparater, avsedda för såväl in- som uppspelning kommer sålunda att benämnas tråd- resp. bandspelare, beroende på om ståltråd eller band användes.

Förutsättningen för en inspelning på tråd eller band är — populärt talat — att man kan ordna elementarmagneterna efter ett system sådant, att då tråden eller bandet får löpa intill en spole, i denna induceras en elektrisk spänning, efterbildande den vid inspelningen påtryckta. Principen framgår av fig. 1, som visar ett huvud för in- eller uppspelning. Huvudet består av en laminerad ringkärna, delad i två hälfter, så att tvenne luftgap erhålles i den magnetiska kretsen. Luftgapen utfylles vanligen med något omagnetiskt material. Själva kärnan är av ett mjukt magnetiskt material exempelvis permalloy, μ-metall el. dyl. som har hög permeabilitet och låga hysteresförluster. Med hjälp av luftgapen och de låga förlusterna erhålles god linearitet, dvs. magnetiseringen blir direkt proportionell mot växelströmmen i inspelningsspolen. På vardera halvan av kärnan har en spole lindats. De båda spolarna är seriekopplade och anslutes vid inspelningen till mikrofon el. dyl. via en förstärkare. Tråden eller bandet löper över ena luftgapet, och då en växelspänning pålägges spolarna, kommer det härav orsakade luftgapsflödet i A att delvis gå genom den del av tråden eller bandet, som just i det ögonblicket befinner sig mitt för luftgapet. Om materialet varit fullständigt avmagnetiserat hade elementarmagneterna, innan huvudets flöde slutits genom

tråden eller bandet, en slumpvis fördelad lokalisation med summaflöde noll eller mycket nära noll. Vid påverkan av flödet ordnar sig emellertid elementarmagneterna i trådens längdriktning i den utsträckning flödets styrka anger. Då sedan tråden eller bandet föres över ett uppspelningshuvud — i princip lika inspelningshuvudet och vid mindre apparater samma huvud — kommer ändringen av det magnetiserade materialets flöde att i huvudets spole inducera en spänning, proportionell mot den inspelade signalens styrka och av samma frekvens.

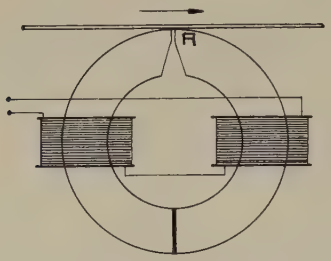


Fig. 1. In- och uppspelningshuvud till band- och trådspelare.

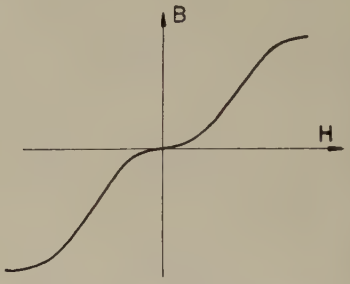


Fig. 2. Inspelningskarakteristika.

Den här ovan beskrivna metoden bygger på longitudinell magnetisering. Metoder finnes även för transversell samt för kombinerad longitudinell och transversell magnetisering. De båda senare kommer ej att här behandlas. För inspelning å tråd kan transversell magnetisering ej komma i fråga, då det skulle kräva en fixering av tråden i radiell led, vilket på grund av torsionen ställer sig nog så svårt.

Samma tråd eller band kan användas för upprepade inspelningar, om materialet fullständigt avmagnetiseras. För detta ändamål förses apparaterna med ett »avmagnetiseringshuvud». Avmagnetisering kan ske antingen med likström eller växelström. I det senare fallet användes en frekvens på ungefär 50 kp/s med ganska stor amplitud. Genom att huvudets luftgap göres ganska stort får flödet påverka en relativt stor del av tråden eller bandet i varje tidsmoment. Materialet får genomlöpa hysteresslingan ett stort antal gånger, först med stigande magnetisering — till maximivärdet i luftgapets mitt — och sedan till noll avtagande, varefter bandet eller tråden lämnar huvudet avmagnetiserat. Likströmsavmagnetiseringen kan ske så, att man med hjälp av en stark permanent magnet magnetiserar materialet till mättning. En annan

permanent magnet placerad efter den första med fältet i motsatt riktning avpassas så, att trådens eller bandets remanens blir minsta möjliga.

Genom olikformigheter i elementarmagneternas orientering i den lilla del av tråden eller bandet, som befinner sig mittför luftgapet, kommer alltid, hur väl avmagnetiseringen än är gjord, en viss spänning att induceras i huvudets spole. Fördelningen av elementarmagneterna är slumpvis, varför den inducerade spänningen kommer att innehålla alla frekvenser. Spänningen förstärks i uppspelningsförstärkaren och ger sig till känna som ett ej önskat störningsljud kallat brus. En tråd- eller bandspelares brusnivå härrör dock i regel mera från förstärkarnas rör och kopplingselement. Likströmsavmagnetiseringen ger mera brus än växelströmsavmagnetiseringen.

Vid inmatning av en sinusspänning på ovan behandlade system fås icke en ren sinusspänning vid uppspelningen. Den erhållna signalen kommer att innehålla spänningar av dubbla, tredubbla osv. frekvensen mot den inmatade »grundfrekvensen». Detta fenomen benämnes distorsion. Distorsionen har i ovan beskrivna fall orsakats av att vi arbetat på en karakteristika, som ej varit rak utan mera liknat det magnetiska materialets jungfrukurva. Endast å en mycket liten del av kurvan, se fig. 2, kommer en ändring i B att vara direkt proportionell mot en ändring av H. Linearitet kan man erhålla genom att lyfta »arbetspunkten» medelst likströmsförmagnetisering till en punkt någonstans i mitten av kurvgrenen i första kvadranten samt arbeta omkring denna punkt. Av fig. 2 framgår, att om den av strömmen i spolen beroende H ökas till alltför stor amplitud från »arbetspunkten», kommer ändringen i B inte längre att vara direkt proportionell mot H, dvs. distorsionen ökar kraftigt. Så länge signalerna är mycket små, är risken för hörbar distorsion mindre.

Genom att ersätta likströmsförmagnetiseringen med växelströmsförmagnetisering erhåller man ett betydligt bättre resultat. Den nyttiga signalen från mikrofonförstärkaren pålägges tråden tillsammans med en högfrekvent, 50—200 kp/s, växelström. Genom särskilda spärrfilter förhindras signalerna och förspänningen att inverka på varandra. Någon utförlig behandling av metodens teori tillåter icke utrymmet. Om man emellertid betraktar inspelningshuvudet vid ett visst tidsmoment, ligger över spolen en växelspänning med en många gånger högre frekvens än den nyttiga signalens. Materialet i ett litet tvärsnitt av bandet eller tråden genomlöper under passagen av luftgapet sin magnetiseringskurva ett antal gånger på samma sätt som vid avmagnetiseringen.

Magnetiseringen kommer att utgöras av summan av signalens och förspänningens inverkan. Då trådelementet lämnat luftgapet, kvarstår en viss remanens orsakad av den i ögonblicket mitt för luftgapet av den nyttiga signalen alstrade magnetiseringen.

Metoden ger, då amplituderna avpassats optimalt i förhållande till varandra, en synnerligen distorsions- och brusfri återgivning. Frekvensen hos förspänningen väljes så, att ingen risk för hörbara intermodulationsprodukter förefinnes.

Om vi betraktar en sinusvåg inspelad på tråden, kan vi skriva flödets variation med tiden som

$$\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$$

Detta flöde kommer att i spolen inducera en spänning

$$e = -\omega \Phi_0 \cos \omega t = -2\pi f \Phi_0 \cos \omega t$$

För en inspelad signal med konstant frekvens och amplitud skulle vi få en utspänning med en amplitud, som var frekvensberoende; spänningen fördubblad för varje frekvensökning med en oktav. Men även andra faktorer inverkar på den avgivna spänningen bl. a. hastigheten på bandet eller tråden samt dimensioner å luftgapet, avmagnetiseringsfaktorn för materialet och tonfrekvensens våglängd i tråden. Man kommer fram till följande uttryck

$$e = K \cdot f \cdot e^{-\frac{N}{\lambda}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi f \delta}{v}}{\frac{\pi f \delta}{v}}$$

där K=konstant; f=frekvensen hos signalen; N=avmagnetiseringsfaktorn; λ=våglängden för signalen i tråden; δ=luftgapets bredd; v=trådens hastighet.

Avmagnetiseringsfaktorn, luftgapet och hastigheten kommer att minska utspänningen för högre frekvenser, och vi får en karakteristika enligt fig. 3. Längs ordinatan är utspänningen given i *dB* (decibell) dvs. $20 \log e/e_0$, där e_0 är en godtyckligt vald referensspänning; frekvensskalan är logaritmisk även den och direkt angiven i perioder per sekund. Kurvor har inlagts (i princip) för två olika hastigheter för samma material. Som synes kan frekvensområdet utökas uppåt genom ökning av trådens hastighet.

Det kan vara av ett visst intresse att betrakta de olika magnetiska material, som kan komma i fråga. För tråd kan man använda vanligt kolstål eller rostfria material av 18—8-typen. Standarddiameter i regel 0,10 eller 0,09 mm. Bra tråd kan få sitt maximum — se fig. 3 — så högt som nära 2000 p/s medan vanliga kolstål håller sig omkring 1000 p/s. Experiment med tråd för att

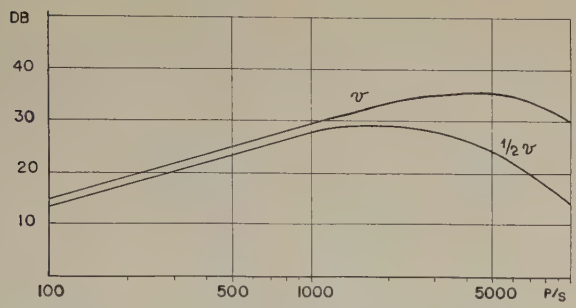


Fig. 3. Inducerad spänning som funktion av frekvensen för två olika trådhastigheter.

få fram material med bättre frekvenskurvor pågår, och där torde vår kvalitetsstålindustri kunna ha alla förutsättningar att göra sig gällande. Banden är vanligen ungefär 6 mm breda och försedda med ett belägg, som består av ett magnetiskt material i pulverform i någon omagnetisk materia, exempelvis Fe_2O_3 i polyvinolklorid. Toppen för detta senare band ligger här så högt som omkring 5000 p/s. Flera andra typer finnes i marknaden.

På grund av kurvornas karaktär inbygger man i förstärkarna utjämningsfilter för att erhålla rak återgivningskarakteristik. Dessa filter måste givetvis avpassas efter det material som avses komma till användning.

Några besvärande ofullkomligheter har vi i s. k. wow, som kan bero på dålig centrering av spolarna, så att dragningen i tråden eller bandet växlar periodiskt, vilket ger upphov till en överlagrad frekvenssväng på signalen. Detta kan man minska genom att använda särskild drivmotor med synkrondrift. Vid bandapparaterna har vi ett annat fenomen, som vid det här laget är känt i vida kretsar genom radioutsändningar, nämligen ekofenomenen. Starka signaler »smittar» av sig på intilliggande varv. Resultatet blir, att om ett enstaka kraftigt ljud inspelats, får man höra detta vid uppspelningen inte en gång utan upprepade gånger, först med stigande styrka sedan med fallande. Vid sammanhängande tal bildar ekot samman med brus och nätbrum en störnivå som *kan* vara besvärande. Vid modernaste konstruktionerna har ekot bringats under hörbarhetsgränsen även för mycket starka signaler.

I fig. 4 finnes en principskiss över en relativt enkel trådspelare. 1 och 2 är magasinsrulle resp. uppspelningsrulle, 3 är löpljud och 4 trådförare, som fördelar tråden axiellt över rullarna. 5 är avmagnetiseringshuvud och 6 slutligen in- och uppspelningshuvud även innehållande lindning för förmagnetisering.

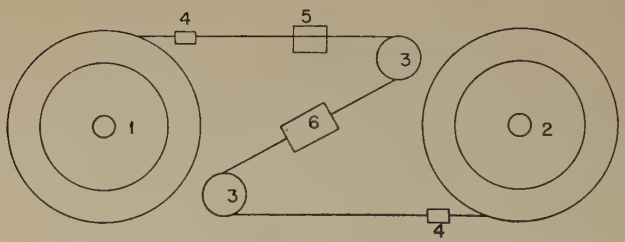


Fig. 4. Principskiss av enkel trådspelare.

Speltiden är 45 min. resp. 30 min. och frekvensområdet 100—3000 p/s för högre hastigheten. En synnerligen medelmåttig återgivning alltså. Motorn — asynkron — överför genom remdrift och friktionshjul kraften till rulle 1 och 2 för upp- resp. inspelning. Återspelningen tar lika lång tid som inspelningen.

Trådens hastighet relativt inspelningshuvudet är inte konstant utan bestämmes av spoldiametern, som varierar med trådlagrets tjocklek. Denna sak har avhjälpts hos en annan konstruktion, där uppspolningsrullen har gjorts mycket större, så att relativa diameterändringen blir mindre.

Fig. 5 visar ett högklassigt bandaggregat i princip. Apparaten är byggd för radiobruk. 1 är förrådsrulle och 2 är uppspolningsrulle; de drivas av var sin asynkronmotor. Bandet ligger på högkant. 3 är drivande hjul och drives med synkronmotor. Bandet pressas mot 3 av en gummiklädd trissa 3 a. Hastigheten kontrolleras med stroboskop. Under högre löphjulet (4) sitter nämligen en glimlampa, som kan betraktas genom hål i 4:s periferi. 5, 6, 7 är resp. avmagnetiserings-, inspelnings- och uppspelningshuvud. Hastigheten är 77 cm per sek. och total speltid 20 min. Återspolningen är kontinuerligt varierbar från 0 till 10 ggr inspelningshastigheten. Frekvensområdet 50—10 000 p/s ger tillsamman med låg distorsion och lågt brus en synnerligen god ljudkvalitet.

Redan nu har tråd- och bandspelare fått en vidsträckt användning. Många radioprogram är först inspelade på band. Man behöver inte riskera uteblivna stjärnor! Man kan t. o. m. ersätta enstaka ord genom att helt enkelt klippa ut bandstycket och ersätta med ett annat, utan att skarven märkes i högtalarna. Inom kontorsvärlden, för diktafonbruk, för upptagning av diskussioner m. m. vinner tråd- och bandspelare allt mera terräng. Även för vetenskapliga ändamål kan apparaterna användas. Den förut helt flyktigt beskrivna bandapparaten finnes sålunda på Tekniska Högskolan i Stockholm, där den vid prof. Laurents taltransmissions-

Portabel magnefon

Ovanstående magnefon av LUXOR:s fabrikat är speciellt avsedd för skolbruk. Apparaten innehåller förutom magnefon även grammofon och radiomottagare. 11 separata högtalare kan anslutas och inkopplas oberoende av varandra. Anordningen kan därför även användas som centralradio.

Försäljes genom

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

Insänd litteratur

C. ZWIKKER, *Advanced Plane Geometry.* North-Holland Publishing Co., Amsterdam 1950. Pp. 299, floriner 20:—.

ALEXANDER M. MOOD, *Theory of Statistics.* McGraw-Hill Book Co., New York, Toronto, London 1950. Pp. 433. $ 5.00.

HARRY SOODAK and EDW. C. CAMPBELL, *Elementary Pile Theory.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1950. Pp. 73, $ 2.50.

N. WIENER, *The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series.* J. Wiley & Sons, New York 1949, Pp. 163, $ 4.00.

WILLIAM G. CACHRAN and GERTRUDE M. COX, *Experimental Designs.* Wiley & Sons, New York 1950. Pp. 454, $ 5.75.

K. H. SPRING, *Photons and Electrons.* (Methuens' Monographs) Methuen & Co., London 1950, Pp. 108, 7 s. 6 d.

ANDRÉ DELACHET, *Calcul vectoriel et calcul tensoriel.* I serien »Que sais-je?». Presses Universitaires de France, Paris 1950, 128 p., fr. 90.

E. W. BETH, *Les fondements logiques des mathématiques.* Gauthier-Villars, Paris 1950, 222 p., fr. 1400.

The Principles of Rheological Measurement, Report of General Conference. Nelson & Sons, Ltd, Edinburgh, London 1949. Pp. 214. 30 s. net.

WACLAW SIERPINSKI, *Leçons sur les nombres transfinis.* Nouveau tirage. Gauthier-Villars, Paris 1950, 240 p.

R. DELABY et J. A. GAUTIER, *Analyse qualitative minérale.* Masson & Cie, Paris 1950, 229 p., 820 fr.

FREDERICK SEITZ, *Théorie moderne des solides.* Traduit de l'anglais. Masson & Cie, Paris 1949, 764 p., 3600 fr.

BERNHARD BAVINK, *Weltschöpfung,* in Mythos und Religion, Philosophie und Naturwissenschaft. Ernst Reinhardt Verlag, Basel 1950, 126 S., Kart. Schw. fr. 4.80.

EGIL HYLLERAAS, *Matematisk og teoretisk fysikk.* III. Elektrisitet og magnetisme. Grøndahl & Søns Forlag, Oslo 1950, 254 s., nkr. 23:45.

THS. SKJULSTAD og K. B. SOLLESNES, *Samfunnsregning.* 3:e utgave, 251 s., nkr. 9:50; *Oppgaver i samfunnsregning,* 85 s., nkr. 2:85; *Realopplysninger om samfunnsforhold,* 81 s. jämte tabeller, nkr. 3:90. Gyldendal, Norsk Forlag, Oslo 1948 och 1950.

J. K. ERIKSEN, *Kemi for gymnasiet,* 176 s.; *Kemiske forsøg for gymnasiet,* 68 s. J. H. Schultz Forlag, København 1950.

TRYGGVE NAGELL, *Elementär talteori.* Almqvist & Wiksells Akad. Handböcker. Hugo Geber, Stockholm 1950, 271 s., kr. 21:—.

Kemiska undersökningsmetoder för livsmedel, Statens institut för folkhälsan, Stockholm 1950. Stencilerad, 124 s., kr. 12:—.

SVEN SVEDBERG, *Modern geografiundervisning.* Sv. Bokförl. (Norstedt), Stockholm 1950, 113 s., kr. 4:30.

Radio-Lexikon, Del 11. Piezoelektrisk hörtelefon—Rörvoltmeter. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1950, sid. 579—640, kr. 2:—.

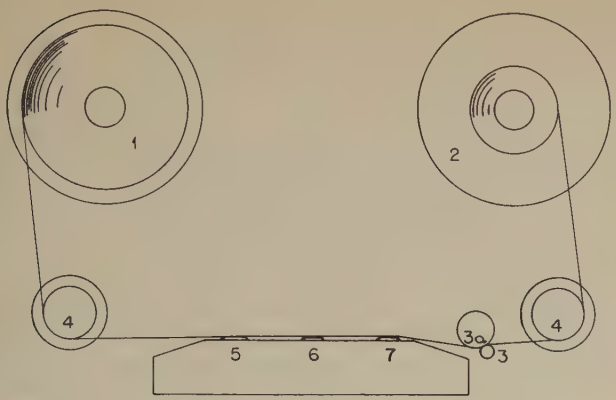


Fig. 5. Principskiss av bandspelare av god kvalitet.

laboratorium avses bliva använd för bl. a. uppfattbarhetsprov, mikrofonmätningar med s. k. real voice calibrations m. m. En mindre apparat användes för upptagning av industribuller ute i landet i och för noggrann analys i laboratoriet.

En mycket viktig funktion har en god apparat att fylla i talundervisningen. Tal- och musik-pedagoger — ävensom språklärare — kan låta eleven höra, hur det skall låta och hur elevens eget uttal är. Som exempel kan nämnas, att utlänningar har lärt sig bortarbeta sin brytning i hög grad. I samband härmed bör kanske nämnas, att en god apparat kräver god mikrofon och god högtalare. Till syvende och sist blir det alltid sämsta länken i kedjan som bestämmer kvaliteten på återgivningen.

Till sist skall ges en del exempel på vad som för närvarande kan erbjudas i kvalitet. Trådspelare: 150 p/s—3500 p/s 2 timmars speltid, 150—5000 p/s med fördubblad hastighet. Dessa apparater äro avsedda för diktafonändamål, upptagning av telefonsamtal o. dyl. Frekvensområdet ger god uppfattbarhet med relativt onjutbara ljudkvaliteter, om endast området 150—3500 medtages. Motsvarande gäller för band med den skillnaden att speltiden minskas på grund av att bandet tar större plats. Sedan finnes praktiskt taget alla grader av kvalitet upp till trådspelare med 50 p/s—7000 p/s och 3 timmars(!) speltid och bandspelare med 20 p/s—10 000 p/s.

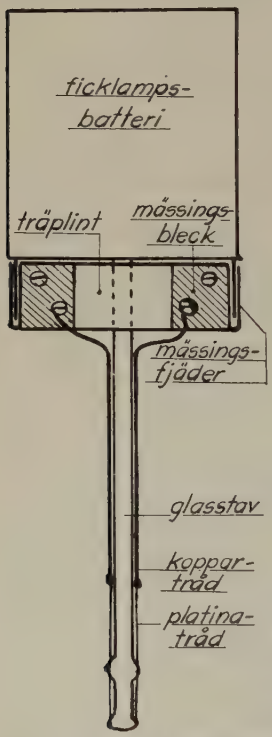
Som slutomdöme kan sägas, att vi i band- och trådspelarna har fått såväl en trevlig leksak som ett synnerligen användbart instrument för affärsmannen, skolmannen m. fl. liksom för vetenskapsmannen.

Några kemiska notiser

Av lektor G. Starck, Stockholm

1. En ersättning i vissa fall för klorvatten

I den rad av oxidationsmedel, som en gymnasist kan räkna upp, saknas nästan alltid ett av de kraftigaste och viktigaste, den elektrolytiska anoden. Även om det råder klarhet om att oxidationen är förknippad med en elektronförflyttning, förbindes den inte självklart med anodens förmåga att upptaga elektroner.



Klor och klorvatten äro däremot välkända oxidationsmedel, bl. a. därför att de, särskilt då det senare, flitigt användas i analysen. Men klorvatten har en stor olägenhet, dess ringa hållbarhet. Det händer därför inte så sällan i skolans analyskurs, att eleverna tappa bort brom och jod på grund av att klorvattnet förstörts och inte kontrollerats före användningen. Som analytiskt reagens kan och bör det ersättas antingen av hållbara lösningar eller av en oxidationselektrod. I det följande skall en sådan elektrod och dess användning vid halvmikroarbete beskrivas.

Elektrodens strömkälla är ett ficklampsbatteri (t. ex. Pertrix, polspänning 4,5 volt), vars längre polbleck blivit avklippt till samma längd som det kortare (se fig.). Vid polblecken kan medelst fjädrande mässingsbleck fastsättas en liten träplint av lämpliga dimensioner (av $^3/_4'' \times 1''$ trä). I träplinten är insatt en glasstav, och längs denna äro dragna två koppartrådar, som fortsättas och avslutas med två platinatrådar (0,4 mm, 40 mm långa), som äro insmälta i glasstavens båda förtjockningar. Koppartrådarna äro i kontakt med

plintens metallfjädrar och därigenom med batteriets poler. Glasstavens tjocklek och längd väljas så, att den kan föras ned i de små provrör (t. ex. 12×100 mm), som användas vid halvmikroarbete.

Beträffande hållbarheten av detta »reagens» ha dels uppgifter inhämtats från batteriets tillverkare, dels egna försök utförts för att bestämma batteriets kapacitet vid svag urladdningsström. Kapaciteten växlar något med urladdningsströmmens styrka och är för starka strömmar ($\approx 0{,}3$ A) ganska liten ($\approx 0{,}2$ amp.-timmar). Vid arbete med elektroden i måttligt koncentrerade, 0,1 normala lösningar, är strömstyrkan ungefär 0,05 A. Och då varje prov i allmänhet endast kräver några sekunder, 10 till högst och sällan 30 sek, bör man kunna göra flera hundra prov, innan batteriet är tömt. Det visar för övrigt en anmärkningsvärd förmåga av återhämtning.

Elektrodparet användes på sådant sätt, att man för ned det till botten av provröret, som innehåller provlösning till 10 à 15 mm höjd. Efter några sekunder tages elektroden upp och man undersöker lösningens förändringar eller gör de ytterligare tillsatser, som undersökningen kan kräva.

Vid prov på brom och jod bör lösningen vara svagt sur av saltsyra för att ej vid elektrolysen bli alkalisk. Jag anför endast följande försök att påvisa brom i en 0,01 C KBr. Följande förkortningar har jag funnit lämpliga vid angivande för eleverna av hur ett halvmikroförsök skall utföras: 1 p = 1 pipett, dvs. den vätskemängd, som man tar upp i sugröret på vanligt sätt. Den kan ju variera något, men håller sig väl i allmänhet i närheten av 1 ml; 1 dr = 1 droppe.

Ett försök utföres exempelvis på följande sätt:

1 p 0,01 C KBr + 1 dr 4 C HCl + $\frac{1}{2}$ p CCl_4. Elektrolys ger nästan omedelbart gulfärgning vid anoden; sedan elektroden upptagits, får man vid omskakning bromreaktion med CCl_4.

Svagare bromidlösningar ge inte tillräckligt tydlig reaktion: men jod kan påvisas i mycket mera utspädda lösningar, 0,001 C och därunder.

Om emellertid lösningarna av Br^- eller J^- äro mycket utspädda, föreligger risken, att en för länge fortsatt elektrolys (10 sek) avfärgar lösningen. Man måste då arbeta så, att man elektrolyserar ett par sekunder, skakar om, nedför elektroden ännu en gång lika länge och fortsätter, tills tydlig reaktion erhålles — eller resultatet är otvetydigt negativt.

Elektroden skall efter varje användning omedelbart sköljas med destillerat vatten.

2. En ersättning för gult svavelammonium

Ett annat reagens med synnerligen obehagliga egenskaper är gult svavelammonium, framför allt på grund av ringa hållbarhet, men även därför att det vid användning i överskott, vid en efterföljande surgöring ger starkt svavelhaltiga fällningar med onormala färger och otrevliga vid filtrering. Det har en enda användning, nämligen för att lösa SnS, men ersättes här på ett utmärkt sätt av väteperoxid. Jag anför följande försök.

1 dr 0,1 C $SnCl_2$ + 1 p dest. vatten. I lösningen, som ju är beredd med saltsyra och därför sur inledes H_2S eller tillsättes 1 p H_2S-vatten. Man får en kraftig brun fällning. Nu tillsättes 1 dr 4 C NH_3 för att trubba av syran och därefter 3—5 dr 1 C NH_4SH. Fällningen förblir olöst men löser sig glatt vid tillsats av några droppar 3 % H_2O_2 till en klar, vackert gul lösning, som vid surgöring ger SnS_2 av den riktiga ljusgula, men ingalunda »smutsgula» färgen.

Hur denna metod ställer sig vid närvaro av andra sulfider, har ännu inte hunnit undersökas i full utsträckning. För enkla prov är den tillförlitlig och bättre än den äldre.

3. Rostning av sulfidiska malmer i halvmikroskala

På en järnplåt lägges en i 60° vinkel böjd glasstav, vinkelbenens längd några cm. På glasstaven ställes en tratt med ungefär 5 cm diameter och med till ett par cm längd avtaget trattrör. Mitt under tratten på plåten lägges ett litet prov av den pulvriserade malmen. Vid upphettning, som medför rostning, bildas svaveldioxid. För att påvisa svaveldioxiden använder man en gaspipett, dvs. ett vanligt droppрör med kautschuknapp, men med långt utdragen spets. Denna nedföres genom tratten, man tar ett prov av gasen och för ned det i ett provrör med 1 p mycket utspädd, surgjord permanganatlösning, som då efter en eller flera provtagningar avfärgas.

Försöket har lyckats med arsenikkis, spetsglans, cinnober och kopparkis, däremot ej med blyglans och zinkbländare.

4. Lösningsmedel för fenolftalein

Det vanliga lösningsmedlet är etanol, och alla veta, hur en droppflaska med fenolftaleinlösning ser ut efter någon tid — starka, vita krustor kring en propp, som är omöjlig att röra. Man har nu en indikatorlösning av en annan koncentration än vid tillverkningen; man har också risken att det faller ned fast fenolftalein i titrervätskan tillsammans med dropparna. Ett lösningsmedel, som nästan men — det skall erkännas — inte absolut fullständigt, eliminerar dessa olägenheter är n-propanol, kp. 97°, som därför kan anbefallas som ersättning för etanol.

5. Frigörandet av de komplexbundna jonerna i $[Cl_2Cr(H_2O)_4]Cl$

I en tidigare uppsats (Elementa 28 (1945) p. 73) har jag påpekat, att man genom en titrering med Ag^+ på en lösning av kromklorid före och efter uppvärmning kan påvisa en ökning av klorjonkoncentrationen, som beror på de komplexbundna klorjonernas utträde. Samma sak kan kvalitativt visas i halvmikroskala mycket enkelt på följande sätt.

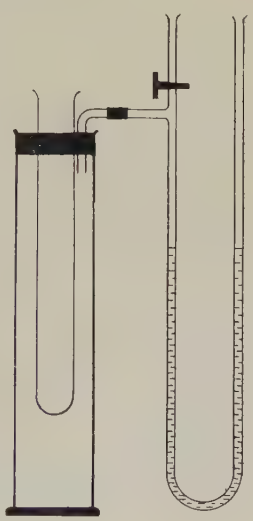
2 p dest. vatten + 1 dr 0,1 C $AgNO_3$ försättes droppvis med en mycket utspädd, endast helt svagt grön lösning av $CrCl_3 \cdot 6\,H_2O$ i dest. vatten, tills en opaliscering av AgCl erhållits. Man övertygar sig om att grumlingen har konstant styrka och uppvärmer därpå lindrigt, varvid fällningen blir betydligt kraftigare.

Ett enkelt termoskop

Av lektor Walter Ekman, Stockholm

Värmeutveckling vid kemiska reaktioner brukar i skolan i allmänhet påvisas på det sättet, att en elev får känna på reaktionskärlet och uttala ordet varmt. Användes ett termoskop, kan värmeutveckling »ses» av hela klassen.

Termoskopet utgöres av en glascylinder på 400 ml (250 mm × 50 mm), i vilken genom en tättslutande gummipropp ett provrör (200 mm × 25 mm) är nedsatt. Luftrummet i cylindern förbindes genom ett uttag i proppen med en U-formad manometer (300 mm × 5 mm), försedd med en kran med vars hjälp man inställer manometern på nivåjämvikt. Manometervätskan utgöres av färgad sprit.



Termoskopet kan användas till kvalitativt påvisande av temperaturändringar vid många försök av såväl kemisk som fysikalisk art. Följanden kemiska försök anföras som exempel.

1) Jonreaktioner: neutralisation och utfällning av svårlösliga salter. Lösningarna blandas i provröret.

2) Utfällning av koppar ur en kopparsaltlösning med järn. — Större delen av provröret packas lätt med stålull, och en kopparsulfatlösning tillsättes. Kopparutfällning och tydligt utslag på manometern.

3) Värmeutveckling och värmeabsorption vid ammoniaks lösning i, resp. frigörande ur vatten. — Provröret fylles till hälften med vatten. Genom en tvättflaska innehållande konc. ammoniaklösning blåses en luftström. Luftströmmen, som rycker med sig ammoniak ur lösningen, föres genom ett glasrör ned i provröret. Manometern gör utslag. Om provröret i stället fylles med konc. ammoniaklösning och en luftström genom ett glasrör blåses genom lösningen, gör manometern utslag åt motsatt håll.

4) Värmeutveckling vid bildning av salmiak ur ammoniak och klorvätegas. — Genom två parallellkopplade tvättflaskor, den ena innehållande konc. ammoniak och den andra konc. saltsyra, blåses en luftström. Från de båda tvättflaskorna föres ammoniakgas och klorvätegas genom två glasrör ned i termoskopets provrör. En tjock vit rök av salmiak bildas, och manometern ger ett tydligt utslag visande att värme utvecklas.

5) Värmeutveckling vid koldioxidens absorption av släckt kalk. — Termoskopets provrör försättes med några ml vatten. Ett glasrör, som förbindes med en gasutvecklare för koldioxid, nedföres till bottnen av provröret, som sedan beskickas med släckt kalk. När koldioxid tillföres, gör manometern ett kraftigt utslag.

Apparaten med manometern uppmonterad på genomskinlig glasskiva kan erhållas genom P. A. Norstedts skolmaterielavdelning, men man kan också mycket väl tillverka den själv. Kranen på manometern kan ersättas av en gummiligatur med slangklämma.

Bokanmälningar

Trygve Nagell, *Elementär talteori.* Hugo Gebers förlag 1950, 271 s., bunden kr. 21:—.

Denna lärobok utgör ett värdefullt tillskott till vår svenska matematiska litteratur. I sju kapitel ges en framställning av talteoriens elementer. I kap. 1 behandlas bl. a. tals delbarhet och Eulers formel för ett tals relativa primtal. Där bevisas även, att talen e och π äro irrationella. Kap. 2 handlar om primtalens fördelning. Där är värdefullt, att det utöver vad som kan bevisas med enkla medel ges en utblick över hur långt man överhuvud kommit i dessa frågor. Kap. 3 och 4 ge teorien för kongruenser och för kvadratiska rester. I kap. 5 ställes talteorien i samband med teorien för enhetsrötterna. I kap. 6 redogöres för ett tals framställning såsom en summa av två eller fyra kvadrater. Vidare behandlas ekvationen $x^2 - Dy^2 = C$ först för $C=1$ och -1, sedan för godtyckligt C-värde. Eljest medtages ej teorien för binära kvadratiska former. Endast

några speciella enkla fall tas upp. I slutkapitlet förekomma en del diofantiska ekvationer av högre grad. Bl. a. redogöres för Fermats ryktbara sats, som bevisas för exponenten 3.

Indirekta bevis användas med en viss förkärlek. Dessa ha ofta den nackdelen, att kärnpunkten i beviset kommer först i deras sista rader. Dessförinnan sitter man bara undrande över ändamålet med alla formella transformationer. Som exempel vill jag anföra sats 107. Pointen i beviset är, att om $u+v\sqrt{D}$ representerar fundamentallösningen, måste varje annan lösning ha $u_i \geq u$. Utgående härifrån skulle ett direkt bevis, som i stort sett består i att läsa sid. 201 baklänges, visa läsaren, hur man tvingas fram genom de olika transformationerna till villkoret (4), som vid första påseendet gör ett ganska konstlat intryck. Vid härledningen av Jacobis symbol för -1 och 2 återfinner jag samma bevis som i andra läroböcker i talteori. Jag har alltid undrat, varför man inkapslar i formler det enkla faktum, att talet P är $\equiv 1$ eller -1 (mod 4) och således $\frac{1}{2}(P-1)$ jämnt eller udda, allteftersom P har ett jämnt eller udda antal faktorer, som äro $\equiv -1$, och likaså att $P \equiv \pm 1$ eller ± 3 (mod 8), allteftersom antalet faktorer $\equiv \pm 3$ är jämnt eller udda. Även i andra fall skulle ord i st. f. formler ge mera lättlästa och stundom även kortare bevis. I t. ex. sats 91 är likheten (4) det väsentliga och blir självklar genom vad som anförts i beviset, men utan allt tal om S, som är något sekundärt. Men dessa reflexioner få ej fördunkla bokens värde både för högskolornas studerande och för amatörer.

Till sist vill jag påpeka några förbiseenden. På sid. 135 läses: Till $p=7$ finnes det endast en positiv ickerest <7. Det bör stå $<\frac{1}{2}\cdot 7$ och i de följande raderna $\frac{1}{2}\cdot 19$ och $\frac{1}{2}\cdot 23$. På sid. 166 fordras även i hjälpsats 3, att $q \equiv -1$ (mod 4); eljest får man x^q+x.

Agne Wahlgren

H. G. Zeuthen, *Matematikens historie, oldtiden*, ny revideret udgave ved O. Neugebauer. Høst & Søns Forlag, København 1949, 251 s., d. kr. 9:50.

I denna nya upplaga av Zeuthens klassiska »Mathematikens historie» ha två kapitel av mindre originell karaktär (indisk och medeltida matematik) i föreg. upplaga ej medtagits. I stället ha viktiga, att icke säga epokgörande, tillägg gjorts av omarbetaren, den enastående kännaren av fornbabylonisk matematik. Till följd av det pietetsfulla sätt på vilket det nya materialet inarbetats behåller arbetet alltjämt sina speciella Zeuthenska förtjänster. Professor Harald Bohr har hållit ett intressant föredrag om boken, refe-

rerat i Matematisk Tidsskrift 1949, 3. hefte. Där citeras följande yttrande av en matematiker: »Jeg husker ingen annen matematisk bok, som har skaffet mig slig glede å lese som Zeuthens». Sat sapienti. *Josef Andersson*

ÉMILE BOREL, *Leçons sur la théorie des fonctions* (Principes de la théorie des ensembles en vue des applications à la théorie des fonctions). Collection Borel. Paris, Gauthier-Villars 1950, 295 p., 1200 fr.

Detta är fjärde upplagan av Borels välkända lärobok från 1898. Hans eleganta introduktion till teorien för mängder och analytiska funktioner har ju under det gångna halvseklet givit upphov till många undersökningar (t. ex. betr. Borelmängder, Borelserier). Noterna och kommentarerna ha i denna upplaga svällt ut till dubbla omfånget av den ursprungliga texten. Åtskillig polemik rörande matematikens grunder torde endast ha historiskt intresse.

Undertecknad tager sig friheten att med gillande citera några rader, som belysa Borels nuvarande ståndpunkt till urvalsaxiomet: »..., je me suis souvent demandé si certains de ces nouveaux rameaux ne risquent pas d'être stériles, s'ils ne portent aucun fruit ... Quel intérêt y a-t-il à 'définir' des ensembles dont on ne connaîtra peut-être jamais aucun élément?»

Bo Kjellberg

G. POLYA, *How to solve it.* Princeton University Press, Princeton N. J. 1948, 5th printing, Pp. XV+224, $ 3.00. (Även i tysk övers.: Schule des Denkens, A. Francke, Bern 1949, Schwfr. 9.80.)

Förlaget har på bokens omslag tillfogat underrubriken: »Ett sätt att tänka, som hjälper Er att lösa varje problem». Även om detta, på amerikanskt reklammanér, innebär en viss överdrift, måste det sägas, att här föreligger en bok av synnerligen stort intresse för en vid publik. De som i första hand ha glädje av den, äro de som undervisa, speciellt matematiklärare på alla stadier. Lika värdefull torde boken vara för dem som undervisa sig själva, dvs. studerande med vilja att lära sig något om tekniken att studera matematik effektivt. Men även ingenjörer, naturvetenskapsmän, ja alla människor, som i sin dagliga gärning möta problem som skola lösas, har boken något att ge, genom den grundliga analys förf. ger av »problemlösandets problem».

Boken är typografiskt sett mycket stimulerande uppställd. På omslagspärmarnas insidor står med fetstil ett koncentrat av förf:s allmänna metod att angripa ett problem. I första delen av boken

(33 sid.) utvecklas denna metod utförligare, kommenteras och illustreras med enkla och slående exempel. Härvid ligger tonvikten lika mycket på det pedagogiska, alltså på hur en lärare genom att intelligent använda den heuristiska metodiken skall få sina elever att aktivt lösa ett förelagt matematiskt problem. I en kort andra del av boken, framställd i dialogform, ses metoden från den problemlösandes egen synpunkt. Bägge avdelningarna äro fulla av värdefulla råd.

Den tredje och mest omfattande delen kallas »en kort ordbok i heuristik». Den innehåller i alfabetisk ordning 67 »uppslagsord», såsom Definition, Den klassiske matematikprofessorn, Framtidens matematiker, God idé, Leibnitz, Modern heuristik, Praktiska problem, Pussel, Rita en figur, Varför bevis?, Visdomen i gamla ordspråk, ... Förf. framlägger här olika synpunkter som böra beaktas, då man ger sig i kast med att lösa ett problem; hans stil är kvick och underhållande, och inga krav ställas på märkvärdiga förkunskaper i matematik, varför hans framställning är njutbar för varje bildad människa. Vad han har att säga under uppslagsordet »Rutinproblem», torde med fördel studeras av dem som ivra för standardproblem i studentexamen.

Som prov på den ideella syn på en matematiklärares uppgift som präglar hela boken må till sist följande rader ur förordet citeras »... En matematiklärare har sålunda stora möjligheter. Om han fyller den tid som är anslagen åt matematiken med att drilla sina elever i rutinräkningar, så dödar han deras intresse, hämmar deras intellektuella utveckling och försitter sin chans. Om han däremot stimulerar deras upptäckarglädje genom att ge dem problem som svarar mot deras kunskaper, och med tankeväckande frågor hjälper dem att lösa problemen, så kan det hända att han verkligen kan ge dem smak för självständigt tänkande — och även vissa medel därtill.» *Sven Hilding*

Waclaw Sierpinski, *Leçons sur les nombres transfinis.* (Collection Borel). Paris, Gauthier-Villars 1950, 240 p., 650 fr.

Boken är ett oförändrat omtryck av första upplagan från 1928. Den innehåller teorin för kardinaltal och ordningstal, och författaren har på ett klart sätt framhållit att stora svårigheter av filosofisk natur existera. Den är intresseväckande och tvingar läsaren att taga ställning, men det måste starkt ifrågasättas, om inte en bok av detta slag, för att undgå risken att vara meningslös, måste skrivas i strängt axiomatisk, logistisk form. Detta synes mig vara den enda vägen att komma ifrån de grundläggande svårigheterna i denna teori. Författaren nöjer sig i detta sammanhang

liksom i fråga om Zermelos axiom med att citera den debatt som fördes vid sekelskiftet, vid vilken intet väsentligt framkom. Vad Zermelos axiom beträffar har ju hela läget förändrats efter Gödels undersökningar: Zermelos axiom är inte stridande mot de övriga axiomen.

Lennart Carleson

André Delachet, *La géométrie contemporaine.* Collection »Que sais-je?» Presses universitaires de France, Paris 1950, 128 p.

Det är ingen lätt uppgift författaren av denna lilla bok ställt sig, nämligen att på hundratalet sidor ge en föreställning om en vetenskapsgrens aktuella ståndpunkt, begriplig även för icke fackmän. Boken är nu inte helt populärt skriven men torde vara fullt läsbar för varje f. d. eller nuvarande matematikstuderande; hur pass aktuell den skildrade ståndpunkten är kan ju även diskuteras.

Författaren behandlar efter en historisk inledning gruppteori och geometri, abstrakta rum och topologi. Bäst lyckas han enligt anmälarens mening med topologin (som omfattar större delen av boken). Stor vikt lägges vid att belysa förhållanden, där läsaren löper risk att ha en, som självklar betraktad, felaktig åsikt. Författaren uppehåller sig vid Jordans kurvsats, Peanos ytuppfyllande kurva, Kérékjartos exempel på tre skilda områden i planet med samma rand osv.

De franska bidragen till matematikens utveckling äro kanske något starkt betonade, icke-franska författares namn äro genomgående dåligt stavade och smärre anmärkningar kunna riktas mot några av de bevis som genomföras. Detta hindrar inte, att boken borde vara trevlig läsning för matematikintresserade.

Tord Ganelius

Marie J. Weiss, *Higher Algebra for the Undergraduate.* Wiley & Sons, New York 1949, Pp. 165, $ 3.75.

G. Birkhoff and S. MacLane, *A Survey of Modern Algebra.* Mac Millan, New York 1948, Pp. 450, $ 5.00.

Den abstrakta algebran är styvmoderligt behandlad vid svenska universitet och högskolor. En tvåbetygsstuderande får ingenting veta därom, och trebetygskursen innehåller huvudsakligen endast några satser i anslutning till ekvationsteorien. Bortser man från specialisterna, förbli de stora sammanhangen fördolda för de flesta.

Behöver det vara så? Svensken älskar icke axiomatik, icke ens den matematikutbildade. Månne en moderniserad undervisning skulle göra kärleken större? Marie Weiss tror på den amerikanska ungdomens bildbarhet i detta avseende. Hon har i sin bok — som

är avsedd som första bok i algebra — kastat större delen av den klassiska algebran överbord och börjar frejdigt med en axiomatisk uppbyggnad av det reella talsystemet. När läsaren avverkat de åtta kapitlen, tycker han sig nog veta en del om grupper, ringar, ideal, matriser och diverse slag av -morfi. Kanske känner han sig otillfredsställd; författarinnan pejlar inga större djup, och det må sannerligen vara henne förlåtet. Hon har gjort ett undervisningsexperiment, som är tillräckligt djärvt ändå.

För den läsare, som vill få vidare utblickar, är Birkhoff-MacLane's översiktsbok en förnämlig vägvisare. Denna entusiastiskt skrivna bok, som utkom redan 1941 i sin första upplaga, tycks vara ganska okänd i Sverige, och anmälaren vill passa på tillfället att rikta uppmärksamheten på den. Den är en i ordets rätta bemärkelse rolig bok. *Gunnar Blom*

W. L. Schaaf, *Mathematics — Our Great Heritage.* Essays on the Nature and Cultural Significance of Mathematics. Harper & Brothers, New York 1948, Pp. 291.

Matematiken med drabantvetenskaper och de humanistiska vetenskaperna utgöra i stort sett två skilda världar. Bortser man från de utländska slavarna i den förstnämnda (= översättarna), från gränsbor som logiker och naturfilosofer och en och annan kosmopolit, är isoleringen ovedersäglig. Ibland diskuteras det tvärs över gränsen. Blir då polemiken så het, att kulturfernissan skrubbas bort (och det gör den ju lätt på matematikersidan), heter det kanske från ena hållet, att matematikern är en själlös tankemaskin, medan det från andra hållet lika vänligt påpekas, att humanisten är en fånge i det subjektiva tänkandets nätverk.

Innan parterna samlas till diskussion härnäst, skulle de må gott av att begrunda de visa och vackra orden om matematikens väsen och humanistiska värde i de essayer som ingå i W. L. Schaafs antologi. Humanisten kommer att känna sig hemma trots det ovana ämnesvalet. Där finns åtskilligt att hämta både för historiker, språkmän, filosofer och estetiker. Matematikern, som ett ögonblick lämnat sitt vardagsarbete i form av trassliga serieutvecklingar och resttermsuppskattningar, instämmer kanske endast med tvekan i J. B. Shaw's lovprisande av »mathematics — the subtle fine art». Kanske uppskattar han mer Hardy's anspråkslösa ord om djupet i en matematisk sats. Ett är säkert: han får veta åtskilligt nytt både om grundvalarna för sitt eget ämne och om frändskapen mellan de två världarna. Själlös kommer han i varje fall inte att känna sig. *Gunnar Blom*

Louis de Broglie, *La mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules,* Deuxième Édition, Gauthier-Villars, Paris 1950, pp. VI+ 224. 1650 fr.

Georges Guinier, *Éléments de physique moderne théorique I. Mécanique ondulatoire,* (Bibliotèque de la science moderne). Bordas, Paris 1949, pp. 159. Pris ej angivet.

de Broglie's bok ger en samlad översikt över kvantummekaniken för ett system av masspunkter, dock med utelämnande av relativistiska effekter — den behandlar alltså den kvantummekaniska motsvarigheten till det som i den klassiska mekaniken kallas för »punktsystems dynamik». Denna rekapituleras f. ö. i bokens inledningskapitel, där också analogien mellan mekanik och optik får sin tillbörliga accent. de Broglies version skiljer sig från andra läroböcker i kvantummekanik bl. a. genom ett kapitel på 25 sidor om tyngdpunktens roll i kvantummekaniken, en sak, som man annars ofta brukar få läsa mellan raderna. Framställningen är galliskt klar men har ibland väl formell karaktär. Osäkerhetsrelationen avfärdas på 10 rader.

Boken rekommenderas, men priset är för högt.

Guiniers arbete påminner till uppläggningen om Heisenbergs »Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie»: den bygger upp framställningen på de grundläggande fysikaliska erfarenheter, som fört fram till den nuvarande kvantumteorien. Diskussionen av dessa experiment tar upp en stor del av det första kapitlet »Vågor och partiklar», där författaren också fått med en kort rekapitulation av den speciella relativitetsteorien. de Broglies materievågor införas på ett sätt, som kan sägas vara auktoriserat genom de Broglies förord till boken. I det andra kapitlet behandlas olika aspekter av Schrödinger-ekvationen, och det tredje och sista (i denna del) utvecklar kvantummekanikens allmänna principer: korrespondens-principen, osäkerhetsrelationen, som här fått en fyllig behandling, identitetsprincipen (omöjligheten att skilja mellan partiklar av samma slag), uteslutnings-(Pauli-)principen, superpositionsprincipen osv. I ett matematiskt appendix behandlas bl. a. Fourier-serier.

Kort sagt: en utmärkt introduktion till kvantumteorien, vars fortsättning avvaktas med stort intresse. *L. Hulthén*

A. C. Merrington, *Viscometry.* Edward Arnold, London 1949, Pp. 142, 16 s. net.

Boken innehåller beskrivning av experimentella metoder för mätning av inre friktion hos vätskor och gaser. För de använda

formlerna ges elementära härledningar, men författaren hänvisar för de mera fullständiga teorierna till G. Barr, Monograph of Viscometry, Oxford 1931.

Följande apparater och mätmetoder beskrivas: Kapillärviskosimetrar, rotations- och oscillationsviskosimetrar, metoden med fallande kula, tekniska viskosimetrar, anordningar för mätning av gasers inre friktion, metoder för mycket viskösa material. Dessutom förekommer beskrivning av metoder för speciella mätproblem t. ex. mätning av viskositet under höga tryck. Sista kapitlet behandlar tillämpningar på reologi, dit i viss mån mätning av viskositet för gaser och vanliga vätskor hör. Apparatbeskrivningarna äro gjorda i anslutning till mycket tydliga figurer. Till varje kapitel äro fogade utförliga litteraturanvisningar (inalles ca 250 referenser).

I fem till boken fogade appendix ges data för vissa typer av viskosimetrar, tabeller för omräkning mellan olika enheter för viskositetskoefficienten, täthet och viskositet för en 60 % sockerlösning enligt ett flertal noggranna bestämningar och motsvarande data för vatten i temperaturintervallet 0°—30° C, samt slutligen data betr. viskositet för några vanliga gaser och vätskor gällande +20° C.

En utmärkt bok för den, som har intresse av mätning av inre friktion. *J. O. Linde*

Mansel Davies, *The Physical Principles of Gas Liquefaction and Low Temperature Rectification.* Longmans, Green & Co, London 1949, Pp. 205, 25 s. net.

I boken beskrivas de grundläggande principerna för gaskondensering och de därpå grundade metoderna för åstadkommande av låga temperaturer. Vidare behandlas de i våra dagar industriellt viktiga metoderna att genom fraktionell destillering vid låga temperaturer separera olika gaser.

De termodynamiska grunderna för de beskrivna processerna äro ingående behandlade, och framställningen är utomordentligt klar och elegant, varför boken utom som uppslagsbok kan rekommenderas som lärobok i tillämpad termodynamik. Läsningen av densamma underlättas väsentligt av de många, väl valda sifferexempel som författaren ger bl. a. för att belysa de olika metodernas användbarhet. Till klarheten i framställningen bidrager också i hög grad figurerna i boken (ca 90).

I fyra större, invikta blad äro för luft följande diagram (eller nomogram) återgivna: entalpi—temperatur, värmekapacitet—temperatur, entropi—temperatur och entalpi—entropi, alla gällande ett vidsträckt temperatur- och tryckområde. — I redogörelsen för

senaste tidens utveckling inom lågtemperaturtekniken läser man med särskilt stort intresse om Kapitza's apparatkonstruktioner.

Boken kan rekommenderas åt alla för lågtemperaturteknik och gasernas termodynamik intresserade. *J. O. Linde*

V. W. Ekman, *Mekanik*. Tredje uppl. Svenska Bokförlaget, Norstedts, Stockholm 1949. 563 s., kr. 24:20.

Boken, vars första upplaga utkom 1919, är välkänd som en uppskattad inledning till mekanikstudierna och behöver ingen närmare presentation. Den nu föreliggande tredje upplagan — i ett tilltalande yttre skick — skiljer sig från de föregående framför allt genom att ett nytt kapitel (29 s.) tillkommit om elementen av potentialteorien: den newtonska potentialens definition. och allmänna egenskaper, logaritmisk potential, Laplace's och Poissons ekvationer, Gauss' och Greens teorem, ytbeläggning (enkelskikt). För övrigt är framställningen i stort sett densamma som förut, även om den på vissa punkter något förkortats, framför allt i fråga om virtuella arbetets princip. Sistnämnda avsnitt torde dock fortfarande få räknas till bokens tyngsta. En beteckningsändring faller genast i ögonen, i det att vektorer nu genomgående betecknas med fetstil, vilket noteras med tillfredsställelse. Ett par andra nyheter: inledningen har utökats med en kort redogörelse (av prof. Klein) för den klassiska mekanikens ställning till relativitets- och kvantteorien, och den historiska beskrivningen av gravitationslagens tillkomst har ändrats i överensstämmelse med nyare rön. *S. Bertil Nilsson*

William C. Elmore—Matthew Sands, *Electronics. Experimental Techniques*. National Nuclear Energy Series. Manhattan Project Technical Section. Division V. Volume 1. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1949, Pp. XVIII+417, $ 3.75.

Inom den västerländska kulturvärlden har det under århundraden varit en allmänt erkänd princip, om också inte alltid strängt efterlevd, att den offentliga redovisningen av forskningsresultat skall verkställas av dessas individuella upphovsmän. Denna grundsats har man på senare tid i flera viktiga fall tvingats åsidosätta, och den torde i framtiden bli allt svårare att upprätthålla.

Medlemmarna av de stora forskningsorganisationer, som upprättades under andra världskriget, tillätos självfallet inte att publicera sina resultat på vanligt sätt, så länge kriget varade. Mycket, troligen det mesta, hemlighålles fortfarande. Åtskilligt har emellertid sedan offentliggjorts i tidskrifter och handböcker, men kredit i

vanlig mening åt enskilda forskare har i allmänhet inte kunnat ges. Upphovsmännen till många betydelsefulla rön, uppfinningar och konstruktioner komma för alltid att förbli anonyma.

Det är under sådana förhållanden naturligt, att forskare, som arbetat tillsammans under kriget, vilja i tryck och i samlad form se sina resultat redovisade i så stor utsträckning, som nationella säkerhetshänsyn medge, även om det inte är möjligt att utmärka de enskilda insatserna. Man reser härigenom ett monument över gruppens verksamhet, samtidigt som man ger den fria forskningen värdefull hjälp.

För U. S. A:s vidkommande föreligger redan *M. I. T. Radiation Laboratory Series* i 28 volymer (Elementa *31*, 57, 1948) samt det mindre men utomordentligt värdefulla verket *Very High-Frequency Techniques,* utgivet i 2 volymer av The Staff of the Radio Research Laboratory of Harvard University (McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1947, Pp. XXV+1057, $ 14.00). Dessa verk redogöra inte enbart för originalarbeten utan också för resultat från annat håll, som av resp. grupper prövats och befunnits goda.

En ny serie, *National Nuclear Energy Series,* har nyligen börjat utgivas under »beskydd» av The United States Atomic Energy Commission. Här ha självfallet avklassningsprinciperna varit exceptionellt stränga, eftersom området är ömtåligt och forskningsverksamheten fortsätter.

Denna serie har ytterligare ett syfte, nämligen användning vid den interna utbildningen; det är ju klart, att arbetskraftens rörlighet, absolut sett, beträffande en forskningsorganisation av denna väldiga omfattning måste vara betydande.

Det slutliga omfånget av NNES kan ännu inte anges. Den avdelning, som kallas Manhattan Project Technical Section, avses preliminärt komma att omfatta ett sextiotal volymer och skall redogöra för en mindre del av de rön av naturvetenskaplig, teknisk och medicinsk art, som gjorts inom den organisation, som under beteckningen Manhattan District (sedermera Manhattan Project) officiellt etablerades den 13 augusti 1942 med uppgift att utveckla atomvapnet och som fortfarande består, ehuru med utvidgat program.

Den föreliggande volymen, *Electronics,* täcker endast en mindre del av elektroniken. Den behandlar arrangemang och metoder, som äro vanliga inom kärnforskningen. Boken skrevs redan 1946; den innehåller ingenting, som inte i princip finns publicerat på annat håll, och den är beträffande några moment föråldrad. Den måste emellertid anses utgöra en värdefull laboratoriehandbok på grund av den enkelhet, klarhet och reda, som utmärker framställ-

ningen, och på grund av den rikedom på praktiska anvisningar, som den innehåller. I förordet förklaras: »We decided to write down how to do things we knew how to do»; denna föresats ha författarna förverkligat på ett sätt, som torde ge den åsyftade publiken få anledningar till klagomål. *Torsten Jönsson*

Advances in Electronics, Vol. I. Academic Press Inc., New York 1948, Pp. XI+475, $ 9.00.

Elektroniken har utvecklats så enormt under de sista tio åren, att det nu inte längre är möjligt för *en* person att behärska den i dess helhet. Den årliga publikationsmängden inom denna vetenskap, den yngsta av fysikens avkomlingar, är så stor, att ingen torde kunna hinna med att ordentligt penetrera mer än en bråkdel av den. Behov av monografier föreligger därför i hög grad.

Advances in Electronics avses skola komma ut årligen med översiktsartiklar, behandlande skilda områden av den fysikaliska och, i begränsad utsträckning, den tekniska elektroniken. Redaktör är L. Marton vid National Bureau of Standards i Washington.

Första bandet innehåller tio uppsatser, alla skrivna av prominenta vetenskapsmän.

Det inledes med en fängslande monografi över *oxidkatodernas fysik*, författad av den ledande forskaren på området, Albert S. Eisenstein. *Sekundär elektronemission* behandlas i en utförlig artikel av Kenneth G. McKay. Därefter följer: A. Rose, *Television Pickup Tubes and the Problem of Vision*; R. G. E. Hutter, *The Deflection of Beams of Charged Particles* (en väsentligen matematisk utredning); Mark G. Inghram, *Modern Mass Spectroscopy*. M. Stanley Livingston, en av de tidiga medarbetarna till E. O. Lawrence, konstruktören av den första cyklotronen, ger en elegant framställning av principerna för de olika typerna av *partikelacceleratorer*. A. G. McNish behandlar de viktigaste resultaten av 40-talets *jonosfärforskning*. Jack W. Herbstreit ger i artikeln *Cosmic Radio Noise* några glimtar från det nya forskningsområde, som kallas radioastronomi, och framhåller, att »an entirely new approach to the workings of the sun and the universe is open for investigation through the study of cosmic and solar noise». Volymen avslutas med ett par mera tekniskt betonade artiklar: Kenneth A. Norton, *Propagation in the FM Broadcast Band*; J. A. Pierce, *Electronic Aids to Navigation*.

Eftersom utvecklingen går snabbt och boken trycktes för två år sedan, får läsaren givetvis räkna med att samtliga monografier nu inte kunna vara fullt up to date.

Uppsatserna ligga alla på fackmässig nivå, varmed dock inte är sagt, att kraven på läsarens förkunskaper äro orimliga; det räcker, om man har tvåbetygskursen i fysik någorlunda aktuell.

Torsten Jönsson

Humboldt W. Leverenz, *An Introduction to Luminescence of Solids.* John Wiley and Sons, Inc., New York, Chapman and Hall Ltd., London 1950. Pp. 569, 143 fig., 23 tab., $ 12.00.

Med denna bok har monografilitteraturen om syntetiska lysämnen fått ett synnerligen värdefullt tillskott. Författaren, som är en erkänd, såväl vetenskaplig som teknisk auktoritet på detta område, vilket inte minst under senaste kriget visat sig möjligt att nyttiggöra i mycket olika tekniska sammanhang, ger läsaren en väl avvägd och strängt logisk redogörelse för lysämnenas kemi, fysik och kristallografi. Leverenz' metod att istället för katalogartad beskrivning av olika enskilda lysämnen behandla framställningsmetoder för och sammansättningar och strukturer av lysämnen i allmänhet och belysa det allmängiltiga med talrika individuella exempel gör den för fackmannen så mycket intressantare. Men även den oinvigde finner sig snart tillrätta, understödd av författarens klara terminologi och begrepputredande definitioner. I sista kapitlet erhåller man en fyllig och överskådlig bild av lysämnens användbarhet för belysningsändamål, röntgenskärmar, television, radar, bildomvandlare, elektronmikroskop m. fl. tekniska tillämpningar.

Boken kan varmt rekommenderas för alla dem, som önska en grundlig inblick i detta i snabb utveckling varande fackområde.

Gunnar Günther

Ernst Knave, *El-försök med katodstråleoscillograf* (Meddelande om ny materiel, häfte 12) P. A. Norstedt, skolmaterielavdelningen, Stockholm 1949, 45 s. Erhålles gratis vid rekv. från Norstedts skolmaterielavdelning.

Katodstråleoscillografen är egentligen ingenting annat än en elektrostatisk voltmeter, dvs. en voltmeter som ej drar någon ström. Dessutom ställer den in sig kanske en million gånger snabbare än en vanlig voltmeter. Det säger sig självt, att ett dylikt instrument måste vara ytterst användbart vid fysikundervisning. Det ersätter inte bara den gamla slingoscillografen, som i allmänhet bara är användbar vid försök med 50-periodig växelström, där den ger en kurva, som mera beror av dess mekaniska egenfrekvens än av växelströmmen, utan det kan även användas vid induktionsförsök, försök med elektriska svängningskretsar, elektronrör m. m.

För att ge ett konkret exempel: Om man rör en ledare i ett magnetfält, induceras en emk i ledaren, påstår läroboken. Hur visar läraren detta? Jo, han ansluter ledarens ändpunkter till en vridspolegalvanometer, vilken kommer att göra utslag, då ledaren röres. Men har han därmed verkligen visat, att en emk inducerats i ledaren? Nej, han har visat, att det induceras en ström, om ledaren är sluten. Strömmen är alltså det primära — ej emk. Observera även, att det teoretiska beviset i läroboken, som stöder sig på energiprincipen, förutsätter att ledaren är sluten. Annars uträttas inget arbete, då ledaren röres i fältet. För att experimentellt visa, att emk är det primära, fordras att man ansluter ledarändarna till en elektrostatisk voltmeter. Endast katodstråleoscillografen har härvid den nödvändiga känsligheten.

Katodstråleoscillografen är alltför invecklad för att användas vid gymnasieundervisningen, invänder många. Kanske kan Knaves häfte omvända några; för övrigt finnes oscillografen beskriven i våra gymnasieläroböcker — och på ett lägre stadium kan man mycket väl använda den som man använder en voltmeter utan att veta hur den fungerar. Ljusfläcken på oscillografskärmen gör ett utslag, som är proportionellt mot spänningen, kort och gott.

Lektor Knave börjar sitt häfte med en beskrivning av en enkel katodstråleoscillograf. Han beskriver sedan några induktions- och växelströmsförsök. För att nämna några exempel, visar han, hur strömmen varierar med tiden vid inkoppling av en självinduktion i en likströmskrets, och med katodstråleoscillografen och en mekanisk omkopplare får han övertygande fram fasförskjutningen i en växelströmskrets med induktans eller kapacitans. Han gör också försök med elektronrör och med elektriska svängningar, dämpade, odämpade och modulerade. Slutligen ägnar Knave några sidor åt sammansättning av sinussvängningar, där han har några försök, som äro lämpliga att visa vid genomgången av vågrörelseläran.

Försöken äro synnerligen detaljerat beskrivna och texten förtydligad av talrika figurer, som i varje enskildhet redogöra för kopplingarna. Häftet är välkommet. *Bengt Liljeqvist*

Atomåldern. Populära föreläsningar vid utställningen »Atomåldern», utgivna av Svenska Fysikersamfundet 1949, 191 s., 6 kr. Svenska Fysikersamfundets medlemmar kunna erhålla boken för 4: 50 kr. efter rekvisition hos sekreteraren, fil. dr Anna Beckman, Liljeborgsvägen 3, Uppsala.

Svenska Fysikersamfundet har givit ut 20 föreläsningar, som höllos i anslutning till utställningen »Atomåldern». Samlingen ger

i populär form en lättfattlig framställning av vårt vetande om atomerna och atomenergien. Den kan på det livligaste rekommenderas och bör inte saknas i läroverkens referens- och lärjungebibliotek. Som premiebok i de tre högsta ringarna är den mycket lämplig. Jag är övertygad om att elever, som äro intresserade av fysik och kemi, skola tjusas av de problem, som boken låter dem stifta bekantskap med.

Redaktör K. A. Larsson ger på 20 sidor en exposé över strålnings- och atomfysikens utveckling från Röntgens och Becquerels upptäckter på 1890-talet fram till den 2 december 1942, då kedjereaktionen i den första uranmilan kom i gång. Professor J. Tandberg åskådliggör atomvärldens stora och små tal, fil. dr I. Bolin beskriver, hur atomerna äro byggda och docent N. Svartholm uppehåller sig vid atomkärnans byggnad. En liten inblick i det fascinerande problemet om grundämnenas uppkomst ger professor O. Klein. »Något om frigörande av atomenergi» är ämnet för professor N. Rydes föredrag, och fil. mag. L. Carlbom och civilingenjör T. Wilner tala om uranmilan och atombomben.

Om kärnfysikernas grova artilleri, cyklotronen, betatronen och andra acceleratorer handla ett par uppsatser av fil. lic. H. Atterling och civilingenjör S. I. Svensson, medan tekn. lic. G. Lindström beskriver, hur atombanor fotograferas.

Boken innehåller vidare föredrag om den radioaktiva strålningens fysiologiska verkningar, om användandet av radioaktiva isotoper som »spårljus» inom den biologiska och den medicinska forskningen, om atomenergiens användning i krigföringen m. m., men tidskriftens begränsade utrymme tillåter tyvärr inte ett särskilt omnämnande av alla. *Karl Sjögren*

Rickard Willstätter, *Aus meinem Leben.* Verlag Chemie, Weinheim, 1949. 453 sid. med 49 bilder och en färgplansch. Pris bunden 28 RM.

På ett ställe i detta ur alla synpunkter, mänskliga, historisk-kemiska och inte minst typografiska, förnämliga arbete anmärker författaren: »Det är inte min avsikt att skriva en kemisk bok. Men jag vill inte heller göra det felet att i min skildring allt för mycket avlägsna mig från en kemists liv.» Så har detta märkliga och fängslande arbete blivit en sammanflätad skildring av människan och vetenskapsmannen Rickard Willstätter, en ädel människa och en stor forskare.

Willstätter framträder i sina memoarer som en skarpsynt och öppenhjärtig iakttagare, men objektiv och tolerant. Hans om-

dömen sakna varje skärpa och personlig rancune, och han är frikostigare på beröm än på klander. Alla stora tyska kemister, särskilt organikerna, i slutet av det förra och början av detta sekel har han känt, först som lärjunge, sedan som kollega och lärare. Adolf von Baeyer var hans beundrade lärare, som han fick efterträda. Ett helt avsnitt av boken är också ägnat Baeyers liv och verk. Även med Fritz Haber var Willstätter förenad i vänskap och beundran, och även denne storman ägnar han en ingående skildring.

Willstätters arbete överflödar av kloka ord, aforismer, inflätade i texten. Det är vad man kan vänta, då en klarsynt, begåvad och ädel människa ser på livet.

Etapperna i Willstätters yttre liv voro studieår och docentur i München, professur i Zürich, forskningsprofessur vid Kaiser Wilhelm-institutet, slutligen i München. I hans omfattande vetenskapliga produktion framträda utforskandet av klorofyll, autocyaner, anilinsvart och varför inte framställningen av cyklooktatetraen, som efter att ha varit glömt under en mansålder, nu kan framställas enligt en starkt förenklad metod och lovar att bli ett betydelsefullt ämne.

»Meine Vorväter waren Juden». Med dessa ord inleder Willstätter sina levnadsminnen; de äro — som man kan förstå härav — avslutade i landsflykt. Redan 1924 lämnade Willstätter, endast 52-årig, sin lärostol i München, upprörd över en antisemitisk riktning behandlad befolkningsfråga. 1939 måste han lämna sitt fosterland, som han osjälviskt tjänat och hedrat. I Locarno, där han fann en tillflykt, har han avslutat sina minnesanteckningar; utgivna äro de av hans vän och medarbetare, Hans Stoll. *G. Starck*

Joel Hildebrand, *Principles of Chemistry.* Fifth Edition. The Macmillan Comp., New York 1947, Pp. VIII+446, $ 4.25.

Professorn i kemi vid University of California har många kloka ord att säga i denna bok, som nu föreligger i sin femte upplaga — den första kom ut 1918. Han vet, att studenters intellektuella aptit och ämnesomsättning äro mycket växlande, och han råder alla lärare att undervisa med Gauss' fördelningskurva i tankarna. I boken finnas många exempel på prov, som han förelägger studenterna på olika punkter av deras studiebana.

Det första intrycket är: en heterogen bok med 23 fristående kapitel om både gammalt och nytt, t. ex. jämviktstyper, löslighet, organisk kemi, redoxprocesser, periodiska systemet, kolsyra och dess joner! Emellertid hålles arbetet samman därigenom att det

alltid är det principiella som framhålles, ofta på ett fyndigt och instruktivt sätt.

Atomens elektronstruktur lägges till grund för behandlingen av de fysikaliska egenskaperna och den kemiska bindningen. Men av atomer ger Hildebrand inga andra bilder än »the only kinds of atomic pictures that have any actual significance», nämligen den konturlösa volym, som utgör elektronernas livsrum. Elektronbanorna ha här helt annan betydelse än att vara ett underlag för poetiska betraktelser över mikrokosmos och makrokosmos.

Det är verkligen intressant att läsa Hildebrands skäl för att han inte hela boken igenom använder moderna synpunkter på syror och baser. Han anser det riktigt att börja med »vattensystemet» och sedan taga upp »proton-donor-acceptor-systemet». Egendomligt nog tycks han då mena, att de Brönstedska begreppen ha sin förnämsta användning för organiska lösmedel. En kollega till Hildebrand har bekänt, att han helt misslyckats i »going Brönsted in the freshman courses». Den som läser den utmärkta redogörelsen för de olika syra-bas-systemen, vilken ges i ett av bokens sista kapitel, kanske förstår anledningen. Nybörjaren kan inte genast förstå och använda alla begrepp och termer i det konsekventa, fullständiga utformandet av det protolytiska systemet (ref. av Starck i Elementa *29*, 229, 1946) men därför finnes, tror jag, ingen anledning att inte från början föra in de högst naturliga och påtagliga grundbegreppen (bidrag till den aktuella debatten finnas i flera uttalanden senast i förra häftet av tidskriften, se Elementa *33*, 33, 40, 41, 63, 64, 66, 1950). Bland grundbegreppen räknar f. ö. Hildebrand också sura och basiska oxider med särskild hänvisning till mineralkemisternas intressen.

Bland allt annat, som är värdefullt för en kemilärare i denna gedigna bok, nämner jag diskussioner om formelskrivning, om spänningsserien och om fasta ämnens struktur (med ovanligt vackra illustrationer). Mycket trevligt är avsnittet om transuranerna, i vilket prof. Seaborg, upptäckaren (eller kanske bättre uppfinnaren?) av plutonium, medverkat. *Bertil Englund*

John Read, *A Direct Entry to Organic Chemistry.* Methuen & Co, London 1948, 268 s., 4 s. 6 d.

Boken har 1949 belönats med Cortinapriset på en miljon lire »till det bästa populärvetenskapliga arbete, som publicerats i något land under de senaste fem åren». Det italienska omdömet synes välmotiverat. Boken är ett litet konstverk både beträffande komposition och detaljer. *Einar Grimsell*

G. W. Wheland, *Advanced Organic Chemistry.* Sec. Ed. John Wiley and Sons, Inc., New York 1949. Pp. XI+799, $ 8.00.

Föreliggande arbete är en lärobok i teoretisk organisk kemi. Författaren är professor vid University of Chicago och har tidigare utgivit The Theory of Resonance and Its Application to Organic Chemistry (1944).

Boken inledes med en översikt av några viktiga begrepp såsom bl. a. jonbindning, kovalent och semipolar bindning. Därefter behandlas additionsföreningar, dit förf. räknar även vätebindningar. I kap. 3 ges en översikt av några moderna uppfattningar om syror och baser, varvid särskilt intresse ägnas Lowry-Brønsteds och Lewis' definitioner. Med rätta framhåller förf. att det icke är fråga om några teorier, såsom ofta felaktigt framhålles, utan om lämpliga definitioner. Kap. 4—8 handla om struktur- och stereoisomeri (280 sid.). Spänningsteori och steriskt hinder behandlas i ett följande avsnitt. Kap. 10, teorin om resonans, är förhållandevis kort, men förf. hänvisar här ofta till sin utförliga monografi. Efter några kap. om tautomerism och omlagringar kommer det femtonde och sista kapitlet, där förf. synnerligen ingående redogör för fria radikaler (102 sid.). Ett utförligt författare- och sakregister om 50 sid., som avslutar boken, förhöjer dess värde.

Som framgår av denna uppräkning är innehållet i boken vad man ungefär kan vänta i ett arbete av detta slag. Något väsentligt nytt kan man knappast säga, att förf. kommer med. Numera finnes det ju gott om böcker i teoretisk organisk kemi; utom andra amerikanska arbeten förekomma flera engelska och tyska verk. Förf. refererar mycket ofta till äldre och nyare originaluppsatser, däribland även flera svenska. I en del fall har förf. gått fram ända till år 1948. Man frågar sig då, varför han hänvisar till W. Hückels Theoretische Grundlagen, 2. uppl. 1934. Del I av detta välkända verk föreligger redan i sjätte upplagan.

Whelands arbete är avsett för läsare med goda förkunskaper i organisk och fysikalisk kemi. Boken kan därför finna viss användning vid universitets- och högskolestudier i organisk kemi.

Evald Samén

Walter Feitknecht, *Allgemeine und physikalische Chemie.* (Reinhardts naturwiss. Grundrisse). Ernst Reinhardts Verlag A. G., Basel 1949. 302 sid. Kart. Schw. Fr. 6.40.

Denna bok av professor Feitknecht (innehavare av en lärostol vid universitetet i Bern och känd genom arbeten bl. a. över basiska salter) uppgives närmast vara avsedd för studerande som läsa kemi

som biämne, såsom biologer och medicinare. Den ger i koncentrerad framställning en översikt av den allmänna och fysikaliska kemiens viktigare ämnesområden. En strängt teoretisk behandling av lärostoffet har naturligtvis härvid ej kunnat komma ifråga. Vissa matematiska härledningar givas dock i finstilta stycken.

Man kan ifrågasätta om den av författaren valda ordningsföljden mellan ämnets olika partier genomgående är den lyckligaste. Framför allt hade man önskat, att avsnitten om periodiska systemet, atomernas byggnad och kemisk bindning arbetats in i framställningen och fått en mera central placering än den de nu erhållit i bokens ganska löst påhängda slutkapitel. En något mera uttömmande behandling av vissa jonjämvikter hade säkerligen varit värdefull, icke minst för biologer. Transuranerna borde även ha fått några rader till. *A. Magnéli*

Bror Gustaver, *Kemiska skolförsök.* Handledning vid elementär kemiundervisning. Svenska Bokförlaget, Norstedts, Stockholm 1949, 183 s., kr. 6: 05.

Det är till lärare, som undervisa på det elementäraste stadiet, folkskolans klass 4—6 och realskolans 4^5—5^5 eller motsvarande, författaren här vänder sig. Speciellt torde handledningen lämpa sig för den metodiska genomgången av kemikursen vid folkskoleseminarierna.

De 32 första sidorna uppta en allmän del, där förf. redogör för inredandet av ett naturkunnighetsrum, dess utrustning och skötsel. Likaså ges här många goda råd för vanliga laboratoriearbeten såsom beredande av lösningar och iordningställande av apparatur.

Boken är icke någon lärobok i kemi, utan den förutsätter att läsaren skall behärska kursmomenten och lämnar därför i den experimentella delen oftast endast anvisningar för försökens utförande. Det är mest gamla kända försök, som beskrivas, men det är av värde att ha dem samlade och beskrivna så klart som här.

Framställningen belyses av goda, oftast schematiska bilder, vilka för det mesta äro ritade enligt författarens anvisningar: »I den schematiska teckningen tänker man sig föremålet genomskuret med ett vertikalplan och sett rätt från sidan. Linjer dras endast, där det finns skärning med det tänkta vertikalplanet.» Den sista anvisningen syndas det ofta mot i naturvetenskapliga läroböcker, så att läsaren ej kan av bilden avgöra, om t. ex. ett rör är öppet eller tillsmält.

Trots bokens förtjänster i stort torde det dock finnas anledning anmärka på vissa detaljer.

Sålunda föreslår förf., att man »för undvikande av förväxling» skall använda ordet »klorvätesyra» istället för »saltsyra». Detta finner jag olämpligt, då beteckningen »saltsyra» användes i praktiska livet och det därför är angeläget, att göra eleverna förtrogna med den. En annan anmärkning av liknande slag gäller alkoholerna. För att icke förväxling skall ske av metyl- och etylalkohol, använder man i tekniken den systematiska benämningen »metanol» för den förra, under det att namnen »sprit» och »alkohol» reserveras för den senare. Det kan då synas olämpligt, att i denna elementära bok införa benämningen »etanol» för etylalkoholen.

Vid redogörelsen för det bekanta provet på nitratjon med ferrosulfat säger förf., att man skall till 1 ml av provet sätta lika mycket konc. svavelsyra, utan att vätskorna blandas. Det går dock fullt ut lika bra, om man skakar om provet, vilket underlättar den erforderliga nedkylningen.

Som regel brukar man ur enkla skolförsök dra alltför vittgående slutsatser, ehuru dylika försök mycket ofta ej bevisa någonting utan endast belysa framställningen. Förf. försöker i de flesta fall ej heller dra några slutsatser ur försöken utan nöjer sig med att beskriva dem. En del undantag härifrån gör han dock och gör i ett par fall gällande, att han bevisat några ämnens sammansättning. Sålunda upphettar förf. salicylsyra i ett provrör och sluter av fenol-lukten, att salicylsyra innehåller fenol. Vid samma behandling av acetylsalicylsyra kännes lukt av ättiksyra varav förf. anser sig ha bevisat, att acetylsalicylsyran innehåller ättiksyra. Med sådana slutsatser skulle då det väl kända förhållandet, att kalciumacetat ger aceton vid upphettning, kunna användas som belägg för, att acetatet innehåller aceton. F. ö. är det emot vanligt språkbruk att säga, att en förening »innehåller» ättiksyra eller fenol. Uttrycket torde endast kunna användas om en blandning.

Tyvärr saknas i boken en anvisning, hur man utför en enkel destillation av en vätskeblandning.

Efter ett avsnitt upptagande kursplan för den inledande kemikursen i mellanskolan avslutas framställningen med »Behandling av atomläran i elementär kemiundervisning». Det kan vara diskutabelt, om mycket av vad där behandlas, kan tillgodogöras av eleverna på detta elementära stadium.

Trots de anmärkningar, som jag här framfört, rekommenderar jag boken varmt. *Rudolf Junell*

Helge S. Forssell, *Hur malm blir stål.* Svenska Bokförlaget, Norstedts 1950, I serien »Från kunskapens fält», 32 s., kr. 1:25.

En enkel och lättfattlig, rikt illustrerad framställning, avpassad för folkskolestadiet. De metallurgiska processerna är från kemisk synpunkt starkt schematiserade. Häftet kan trots detta vara en mycket lämplig lektyr för realskoleklasser, som gör studiebesök vid hyttor och järnverk, förutsatt att läraren lämnar kompletterande upplysningar. *Einar Grimsell*

Bertil Englund, *Lärobok i kemi för realskolor och flickskolor.* 1:a årskursen, 76 s., kr. 1:60; 2:a årskursen, 42 s., kr. 1:30. Natur och Kultur, Stockholm 1950.

I förordet säger förf., att undervisningen i kemi skall bygga på experiment. I enlighet med denna princip är boken komponerad. I början av varje kapitel finns ett rikt urval av experiment, kort och sakligt framställda. I slutet av boken lämnas förslag till laborationer med utgångspunkt från dessa experiment — en utmärkt idé. Experimenten borde dock ha numrerats genomgående. Det hade då varit lättare att hänvisa till dem vid laborationsförslagen.

Den pedagogiska framställningen löper emellertid oberoende av bestämda typexperiment — ovanligt ledigt och konsekvent. En nyhet är att förf. i stället för molekylvikt använder begreppet »formelvikt», vilket är motiverat av svårigheten att definiera begreppet molekyl, särskilt för de fasta ämnena. — En viktig fråga är hur begreppet bas och syra behandlas. Här har förf. låtit gammalt och nytt förenas. Till grund för framställningen ligger givetvis Brönsteds teori, men utan onödiga utstofferingar. Så användes genomgående benämningen vätejon i stället för proton. »En bas är ett ämne, som kan upptaga vätejoner.» Att hydroniumjonen omnämnes endast i förbigående synes vara en välbetänkt förenkling. Det klassiska begreppet diskuteras också. »Sura och basiska oxider» höra enl. förf. till den vanliga terminologien inom den tekniska kemien och böra därför icke förbigås.

Någon fullständig definition på vad som menas med ett salt finns emellertid ej. Kap. 28 handlar om »Salters egenskaper och namn». Där står bl. a. ... »till salterna skola givetvis också räknas hydroxiderna». Det torde ej vara självklart, att nybörjaren omedelbart skall inse detta. Så mycket mer som det på s. 52 står sammanfattningsvis, att en metod för framställning av salter är just att neutralisera en bas med en syra. Ett förklarande tillägg till detta kapitel synes anmälaren önskvärt.

Oxidation och reduktion förklaras som ökning resp. minskning

av ett grundämnes valenstal. Att denna definition införes redan på realskolestadiet är en fördel i synnerhet för dem som komma att fortsätta sina kemistudier. Några räkneuppgifter med lösningar samt lätta övningsuppgifter äro värdefulla som repetitionsmoment.

Kursen i mineralogi infogas successivt i sitt naturliga sammanhang under resp. avdelningar och den separata delen blir därför ej så omfattande.

Vid utformandet av bokens andra del har förf. tydligen tagit hänsyn till svårigheten, att hinna med kursen och därför sökt koncentrera innehållet. I synnerhet har avdelningen »Några viktiga områden av tillämpad kemi» avpassats efter endast väsentliga och aktuella problem (så har t. ex. införts en kort beskrivning av konstmassor och framställning av aluminium). I den systematiska delen av boken har särskilt esterbildningen utförligt behandlats. Reaktionsformler har ibland ersatts med ett översiktligt schema i ord, som säkerligen är till fördel, då ju formelskrivningen ofta vållar nybörjaren svårigheter.

Vad formlerna beträffar skriver förf. karboxylgruppen i karbonsyrorna dels sist som —COOH, dels först och helst som HOCO— (ex. s. 19). Undertecknad anser ett konsekvent beteckningssätt vara att föredraga och då —COOH. Det är då lättare att känna igen den ingående syran vid esterbildningen. Del II avslutas med ett förslag till laborationer efter samma princip som del I.

Bildmaterialet i de båda delarna står ej i paritet med den pedagogiskt förnämliga texten. Ett större antal schematiska figurer samt fotografier av uppställda försöksanordningar skulle säkert ha gjort boken ännu mer fängslande och låtit den livfulla framställningen komma till sin fulla rätt. Den lättlästa stilen, den välfunna uppläggningen och rikedomen på experiment gör lektor Englunds bok till en verklig *lärobok*, som med fördel kan användas även vid självstudier.

Den kommer säkerligen att hälsas med stor tillfredsställelse.

John Stenman

Kemiska undersökningsmetoder för livsmedel. Statens institut för folkhälsan, 124 s., 1950, kr. 12:50.

Det stencilerade kompendiet, sammanställt vid födoämneshygieniska avdelningens kemiska laboratorium vid Tomteboda, innehåller noggranna direktiv för undersökning av olika slags livsmedel, framför allt i anseende till deras kvantitativa sammansättning, varvid genomgås såväl allmänna metoder som dessas tillämpningar i de enskilda fallen. Teoretiska överläggningar och kemiska reak-

tionsformler ha ej medtagits, men detta kompenseras delvis av litteraturhänvisningar. Arbetet är således uppställt rent praktiskt och avsett som direkt manuell ledning för laboranter vid hälsovårdsnämnder, livsmedelsindustrier och andra anstalter för livsmedelskontroll.

Arbetet har emellertid intresse även för skolor. För dessas kemiska och biologiska laborationer kan nämligen läraren här finna ett flertal intressanta uppslag, som ge eleverna siffermässiga resultat av direkt och påtagligt värde. Elever som välja enskilt arbete i kemi kunna använda boken som exakt handledning vid kvantitativ analys av t. ex. bakpulver, buljongtärningar, mjölk, grädde, ost, pilsner. Ej minst för biologiskt intresserade kemister, såsom t. ex. blivande läkare, äro arbeten av denna art ett tacksamt fält. *E. Nordefeldt*

Recensenter i detta häfte: lektor J. Andersson, Stockholm; fil. lic. G. Blom, Stockholm; docent L. Carleson, Uppsala; lektor B. Englund, Uppsala; fil. lic. T. Ganelius, Stockholm; adjunkt E. Grimsell, Norrköping; fil. lic. G. Günther, Stockholm; docent S. Hilding, Stockholm; professor L. Hulthén, Stockholm; lektor R. Junell, Uppsala; lektor T. Jönsson, Stockholm; docent B. Kjellberg, Uppsala; assistent B. Liljeqvist, Stockholm; laborator J. O. Linde, Stockholm; docent A. Magnéli, Uppsala; docent S. B. Nilsson, Lund; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; fil. lic. E. Samén, Uppsala; lektor K. Sjögren, Göteborg; lektor G. Starck, Stockholm; adjunkt J. Stenman, Uppsala; lektor A. Wahlgren, Stockholm.

Gradualavhandlingar[1]

Anders Byström, *Studies on Oxides and Fluorides of Lead,* Stockholm 1950. Dessutom ingå sju tidigare uppsatser. Disp. i Stockholm den 15 april 1950. Opponenter: docent Cyrill Brosset och fil. lic. Harry Arnfelt.

Avhandlingen behandlar sammansättningen och atombyggnaden hos en serie blyföreningar. Atombyggnaden har bestämts med röntgenkristallografiska metoder. Det visar sig, att för blyatomen antalet angränsande atomer, koordinationstalet, är synnerligen variabelt och varierar från tre till nio i de föreningar som behandlas. Under antagandet att bindningen mellan bly och fluor i högtemperaturmodifikationen av PbF_2 är av jontyp, härleds avståndet mellan atomerna för olika koordinationstal för jonbindning. Jämförelse med experimentella data visar, att för låga koordinationstal avståndet mellan närbelägna atomer är kortare än beräknat för jonbindning. Detta tydes så, att bindningskraften i dessa föreningar, som samtliga äro starkt färgade, är huvudsakligen kovalent.

Vidare behandlas reaktionerna vid blydioxidens sönderfall och oxidationen av blyoxid. Blydioxiden, som hittills ej kunnat framställas i en mot den ideala formeln, PbO_2, svarande sammansättning, ger vid upphettning till 400° C en berthollidfas, $\alpha - PbO_x$ ($1{,}67 > x > 1{,}5$), som i sin tur övergår till $\beta - PbO_x$ ($x \sim 1{,}5$). $\beta - PbO_x$ omvandlas till Pb_3O_4, som vid temp. >550° C ger PbO. Reaktionsförloppet vid oxidation av PbO beror på utgångsoxidens beskaffenhet. Välkristalliserade prep. av PbO ge vid upphettning till 300°—400° C i syrgas direkt Pb_3O_4. Om emellertid PbO framställs vid låg temp. ur $PbCO_3$ (c:a 300° C), fås en form av PbO med stört gitter, som vid upphettning i syrgas tar upp syrgas snabbare och i större mängd under bildning av ovannämnda PbO_x-faser. Vid längre upphettning i syrgas sönderfalla dessa emellertid åter (åtminstone om temp. är 350° C eller högre) under bildning av Pb_3O_4. Syrehalten vid dessa reaktioner passerar alltså ett maximum.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Lennart Carleson, *On a Class of Meromorphic Functions and its Associated Exceptional Sets.* Uppsala 1950, 79 s. Disp. i Uppsala den 18 mars 1950. Opponenter: docent Bo Kjellberg och fil. lic. Tord Ganelius.

Om $A(r)$ betecknar sfäriska arean av den avbildning en i enhetscirkeln meromorf funktion ger av en koncentrisk inre cirkel med radien r, är det efter R. Nevanlinnas undersökningar känt, att dess växande mot oändligheten, då $r \to 1$, är avgörande för funktionens väsentliga egenskaper. Härigenom har man förts till en genom sina egenskaper mycket särpräglad funktionsklass, för vilken $A(r)$ är integrabel. I denna avhandling genomföres nu en indelning av denna klass i delmängder T_α, karakteriserade av att $(1-r)^{-\alpha}A(r)$ är integrabel, $0 \leq \alpha < 1$. Avhandlingens utgångspunkt är en undersökning över existensen av radiala gränsvärden för den klass T_1 som svarar mot begränsad bildarea, gjord av professor Beurling.

I kapitel I äro samlade de mängdteoretiska resultat som behövas för den fortsatta undersökningen. Genom en modifiering av Hausdorff-måttens definition erhålles ett hjälpmedel, som sedan i kapitel II användes för att fullständigt lösa frågan om existens av randvärden för Blaschkeprodukter, vilkas nollställefördelning är underkastad ett visst konvergensvillkor. Detta resultat erhålles som ett specialfall av en allmän sats om divergensmängden för vissa Borelserier.

I kapitel III visas att den mängd på enhetscirkeln, där en funktion i T_α saknar radiala gränsvärden, har kapacitet av ordning $1-\alpha$ noll. Det andra huvudresultatet är att varje funktion i T_α kan framställas som en kvot mellan två begränsade funktioner, vilka »nästan» tillhöra samma klass. Den inskränkning som här förefinnes bottnar i en fundamental skillnad mellan begränsade och allmänna funktioner i T_α, varigenom denna klass väsentligt skiljer sig från den ursprungliga T_0.

Kapitel IV är ägnat värdefördelningen av funktioner i T_α. Här kunna förekomma exceptionella värden, vilka äro antagna ofta i förhållande till det normala för klassen. Dimensionen av dessa undantagsmängder anges.

I kapitel V slutligen studeras sambandet mellan de undersökta klasserna och de universella överlagringsytorna. För Nevanlinnas ursprungliga klass T_0 förefinnes ett enkelt samband mellan avbildningsfunktionen och logaritmiska kapaciteten av ytans rand. I vårt fall inverka även andra egenskaper än de rent metriska, varför problemet här ställer sig åtskilligt mera komplicerat. Som ett exempel kan nämnas, att enbart addition av en isolerad punkt

till randen helt kan förändra avbildningsfunktionens regularitet med avseende på klasserna T_α. En närmare redogörelse för resultaten är på grund av dessas komplicerade form här ej möjlig att lämna.

ROLAND KIESSLING, *The Borides of Some Transition Elements* (Acta Chemica Scandinavica 4 (1950) 209—227, samt sju tidigare uppsatser i samma tidskrift). Disp. i Uppsala den 22 april 1950. Opponenter: docent ARNE MAGNÉLI, Uppsala och fil. lic. PER SPIEGELBERG, Stockholm.

Avhandlingen utgör dels en kortfattad sammanfattning av resultat, publicerade i sju föregående uppsatser i Acta Chemica Scandinavica, dels en mera ingående diskussion över strukturtyper, bindningsförhållanden och elektronfördelning i övergångselementens borider.

En ny metod för framställning av ren bor genom reduktion av bortribromid med vätgas i glödande kvartsrör har utarbetats. Enligt äldre metoder har denna reduktion skett vid en glödande metalltråd, varvid utbytet emellertid blivit mycket ringa och risk för metalliska föroreningar uppstår. Boriderna ha framställts genom sammansmältning eller sintring av bor och övergångsmetall i evakuerade kvartsrör eller i speciella högtemperaturugnar.

Produkterna ha undersökts röntgenografiskt med pulvermetoder och, då enkristaller kunnat erhållas, även med enkristallmetoder. Kristallstrukturen för ett flertal intermediära faser har därvid kunnat härledas. På detta sätt ha mer eller mindre ingående de binära systemen mellan bor och metallerna krom, mangan, nickel, zirconium, niob, molybden, wolfram och thorium undersökts av författaren, varjämte i diskussionen medtagits resultat även från vissa andra metallsystem.

Boriderna ha rent metalliska egenskaper, deras smältpunkt är hög och hårdhet stor. De påminna om hydriderna, karbiderna och nitriderna. Likheten beror av att de små metalloidatomerna kunna inlagras i metallernas gitter ofta utan att nämnvärt deformera detta. Boratomerna ha emellertid en utpräglad tendens att binda varandra i kedjor, nät eller tredimensionella grenverk, och vanligen kan inom ett system flera av dessa stadier urskiljas då fasernas borhalt ökas. Radieförhållandet metalloid/metall är av mindre betydelse för boriderna än för hydrider, karbider och nitrider på grund av boratomernas inbördes bindningar. Slutligen diskuteras elektronfördelningen inom gittren, de experimentella resultaten tyda i vissa fall på en elektronövergång från bor till metall.

ARNE MAGNÉLI, *Crystal Structure Studies on Molybdenum and Tungsten Oxides and Related Compounds.* (Nova Acta Regiae Soc. Sci. Upsaliensis [4] *14*, N:o 8, 1—20, 1950 samt sju tidigare publicerade uppsatser.) Disp. i Uppsala den 25 febr. 1950. Opponenter: professor AKSEL TOVBORG JENSEN, Köpenhamn, och fil. lic. INGVAR LINDQVIST, Uppsala.

I avhandlingen gives en kort sammanfattning av resultat publicerade i ett antal artiklar i Arkiv för Kemi (Mineralogi och Geologi) och Acta Chemica Scandinavica. Därjämte diskuteras de härledda kristallstrukturerna och framläggas vissa synpunkter på de allmänna byggnadsprinciper, som reglera bildandet av de undersökta föreningarna.

Genom långvarig värmebehandling i vakuum av blandningar av molybden- resp. volframpulver med motsvarande trioxid i olika proportioner har det lyckats att framställa kristaller av ett antal molybden- och volframoxider, av vilka flertalet ej tidigare varit kända. Dessa ha undersökts röntgenografiskt genom upptagning av vrid- och Weissenbergfotogram. Ur det på detta sätt erhållna röntgeninterferensmaterialet ha föreningarnas kristallstrukturer kunnat härledas, framförallt genom studium av Patterson- och Braggfunktionerna. Detta har inneburit ett omfattande räknearbete, som dock underlättats genom användande av den Hägg-Laurent'ska räknemaskinen för summation av Fourierserier. Kristallstruktur och sammansättning ha sålunda bestämts för MoO_2, Mo_4O_{11}, Mo_8O_{23}, Mo_9O_{26} samt WO_2, $W_{18}O_{49}$ och $W_{20}O_{58}$. (Strukturerna för MoO_3 och WO_3 voro redan tidigare kända genom arbeten av andra forskare.) Därjämte ha de s. k. tetragonala kalium- och natriumvolframbronserna (Me_xWO_3 med x variabel inom vissa gränser) studerats på liknande sätt.

Dessa föreningars strukturer beskrivas bäst, om man som byggnadsstenar betraktar de koordinationspolyedrar, som bildas av molybden(volfram)atomerna och angränsande syreatomer. I samtliga här undersökta oxider och bronser ingå $MoO_6(WO_6)$-oktaedrar, varjämte Mo_4O_{11} även innehåller MoO_4-tetraedrar. Genom att angränsande metall-syre-polyedrar äro förenade med gemensamma hörn eller kanter (d. v. s. ha en eller två gemensamma syreatomer) bildas ett sammanhängande tredimensionellt gitter. Denna sammankoppling sker understundom på ganska invecklat sätt, vilket ger förklaringen till de komplicerade formler, som vissa av oxiderna ha. I volframbronserna äro alkaliatomer inlagrade i hålrum i volfram-syre-gittret. »Alkaliatomlägena» kunna i viss utsträckning vara obesatta, vilket förklarar den variabla

sammansättningen hos dessa ämnen. Stabiliteten hos det tredimensionella volfram-syre-gittret framgår slående genom den överraskande höga kemiska resistensen hos bronserna — de angripas exempelvis ej av kungsvatten.

Även de fysikaliska egenskaperna hos dessa oxider och bronser äro särpräglade. De ha samtliga intensiv färg, metallglans och tämligen hög elektrisk ledningsförmåga. Detta torde sammanhänga med att de (frånsett dioxiderna) innehålla molybden- eller volframatomer i två olika valensstadier. I dioxiderna ha observerats utpräglade bindningar mellan metallatomerna.

Tidskrifter

Populär astronomisk tidskrift, 1950: 1—2.

Ur innehållet: C. SCHALÉN, Nya framsteg på den interstellära materiens forskningsområde; Y. ÖHMAN, Ett år vid amerikanska observatorier; H. O. GRÖNSTRAND, Saroscykeln, dess egenskaper och betydelse; G. LARSSON-LEANDER, Några nya resultat angående förmörkelsevariabler; R. BRAHDE, Om planerna på ett nytt observatorium i Oslo. Notiser.

Tellus, Svenska Geofysiska Föreningen, Stockholm 1950: 1.

Ur innehållet: H. RIEHL, On the Role of the Tropics in the General Circulation of the Atmosphere; S. PETTERSSEN, On the Sensitivity of the Wind Field Relative to Pressure Variations; H. NORINDER, Total Duration of Lightning Strokes and Occurrence of Multiple Strokes; P. QUENEY, Adiabatic Perturbation Equations for a Zonal Atmospheric Current; J. VAN MIEGHEM, Sur la circulation transversale associée à un courant atmosphérique.

Matematisk Tidsskrift, København 1949. Avd. A: 4, Avd. B: 4.

Ur innehållet i A: G. BOLDSEN, Talbegrebet i matematikundervisningen; O. LARSEN, Hvor mange sæt løsninger i hele, ikke negative tal har den ubestemte ligning $x+y \cdot t+z \cdot mt=n$?; M. PIHL, Ole Rømers bevis for den pytagoreiske læresætning. Danske eksamenspogaver. Ur innehållet i B: J. HJELMSLEV, Om grundlaget for passerens geometri.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1950: 1.

Ur innehållet: I. JOHANSSON, Johannes Hjelmslev in memoriam; TH. SKOLEM, De logiske paradokser og botemidlene mot dem; V. BRUN, Den matematiske fremstillingsmåten gjennem tidene. Bokmeldinger.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1950: april.

Ur innehållet: E. HYLLERAAS, Jean Perrin; M. KOLSRUD, Røntgenskikt-avbildning; L. O. OLSEN, Science Teaching in American Universities Today; G. HOLTSMARK, Referat av C. F. v. Weizäcker, Die Geschichte der Natur.

(Forts. sid. 160.)

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1694) *Storheterna a, b, c, a+b och p−q äro alla ≠0. Vilken relation råder mellan a, b och c, om ekv.* $(x-p)^2 : a+(x-q)^2 : b+(p-q)^2 : c=0$ *har dubbelrot?* X.

1695) *Att i triangeln ABC, där* $b \neq c$ *och* $A \neq 90°$, *draga hörntransversalerna* BB_1 *och* CC_1 *så, att* $B_1C_1 \| BC$ *och* $AC \cdot BB_1 = AB \cdot CC_1$. N. J.

1696) *Ett plan skär en regelbunden n-sidig pyramids sidokantlinjer i punkter, vilkas avstånd från spetsen räknat utgöra bråkdelarna* $m_1, m_2, \ldots, m_n$ *av nämnda kantlinjer. Beräkna skärningsytans projektion i pyramidens bottenplan med detta som enhet.* B. S.

Enklare matematiska uppgifter[2]

1697) Lös ekv. $\sin^5 x+\cos^5 x = \sin^3 x+\cos^3 x$.

Svar: $n \cdot 90°$; $135°+n \cdot 180°$.

1698) I triangeln *ABC* äro sidorna *AB*, *BC* och *CA* i ordning $4\sqrt{2}$ cm, 32 cm och $20\sqrt{2}$ cm. En punkt *D* på *BC* tages till centrum för en cirkel med radien *DA*. Cirkeln skär *AB* och *AC* i *E* och *F*, varvid *EF* är parallell med BC. Bestäm radien.

Svar: 5 cm.

1699) I den i en cirkel inskrivna sexhörningen *ABCDEF* är $AB=BC=CD=a$ och $DE=EF=FA=b$. Beräkna *AD*.

Svar: $3ab(a+b) : (a^2+ab+b^2)$.

1700) Bestäm värdet på *y* ur likheterna $\cos x : \cos 2x : \cos 4x = 1 : 2 : y$.

Svar: $5-\sqrt{27}$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

[2] Uppg. 1697—1698 äro insända av *P. G. Ljungfors*, 1699 av *N. J.*, 1700 av *A. L.*, 1701—1704 av *T. Edqvist*, 1705—1708 av *X.*, 1709 av *B. Svenonius*.

1701) I serien $u_1+u_2+u_3+\ldots$ är $u_1=a$ och $u_2=b$. För var och en av de övriga termerna gäller, att $u_n:(u_{n-1}:u_{n-2})=k$, där k är en konstant. Beräkna summan av seriens 600 första termer uttryckt i a, b och k.

Svar: $100[a+b+(bk+k^2):a+(ak+k^2):b]$.

1702) I fältet mellan positiva x-axeln och den del av linjen $y=x$, som befinner sig i första axelvinkeln, rör sig en punkt P så, att dess avstånd till $y=x$ är lika med dess avstånd från punkten (2; 0). Angiv orten samt dennas ändpunkter.

Svar: Parabelbågen $y=-x+\sqrt{8(x-1)}$ mellan $(4-\sqrt{8};\ 0)$ och $(4+\sqrt{8};\ 0)$.

1703) Linjen $3y=4x$ tänkes avklippt i punkten $P\,(6;\ 8)$. Sträckan mellan P och origo böjes till en cirkel, som tangerar den givna linjen i origo. Angiv cirkelns ekvation.

Svar: $(x+0{,}8r)^2+(y-0{,}6r)^2=r^2$ eller $(x-0{,}8r)^2+(y+0{,}8r)^2=r^2$, där $r=5:\pi$.

1704) En kurva $y=f(x)$ går genom punkterna (1; 1) och (−2; 0). Vinkelkoefficienten för normalen i en godtycklig punkt på kurvan är proportionell mot kvadraten på punktens x-koordinat. Härled ett uttryck för $f'(x)$, bilda därav $f(x)$ och konstruera kurvan.

Svar: $3xy=x+2$.

1705) Beräkna excentriciteten för en ellips, som tangerar sidorna i en romb med vinklarna 60° och 120° i deras mittpunkter.

Svar: $\sqrt{6}:3$.

1706) En ellips, som har sin lillaxel på y-axeln, tangerar x-axeln i origo. Den tangerar dessutom linjen $4x+3y=12$. Sök orten för brännpunkterna.

Svar: $2x^2+2y^2+9y=18$.

1707) Tangenten och normalen i en parameters ändpunkt P i en hyperbel skära konjugataxeln i T resp. N. Beräkna excentriciteten, då $PT:PN=2:1$.

Svar: 2.

1708) Cirkeln $x^2+y^2=r^2$ och hyperbeln $x^2-y^2=a^2$ ha fyra gemensamma tangenter, om $r^2<a^2$. Visa, att de åtta kontaktpunkterna ligga fyra och fyra på två räta linjer genom origo.

1709) I en regelbunden tresidig pyramid $O\,(ABC)$ tagas på de tre sidokanterna OA, OB och OC punkterna D, E och F, som från spetsen räknat av kanterna avskära bråkdelarna m, n och p resp.

Beräkna projektionen av triangeln *DEF* i bottenplanet *ABC* med denna yta som enhet.

Lösn. till 1664—1666

1664) *En rörlig tangent till en parabel bildar vinkeln α med parabelns axel. Genom tangeringspunkten drages en korda, så att vinkeln mellan tangenten och kordan räknad i positiv led är konstant $= \beta$. Visa, att kordan är minst, när $3 \sin(2\alpha + \beta) = \sin \beta$.*
R. Ingre.

Kordan AB bildar vinkeln β med parabeltangenten i B. Normalerna (tangenterna) i A och B råkas i $I(T)$. Diametern TM skär AB mitt itu i M. Ordinatorna för B och M äro $p \cot \alpha$ och $p \cot(\alpha+\beta)$, varför $AB = 2p[\cot \alpha - \cot(\alpha+\beta)] : \sin(\alpha+\beta) = 2p \sin \beta : : \sin \alpha \sin^2(\alpha+\beta)$. Nämnaren har max., då $\sin \beta = 3 \sin(2\alpha+\beta)$.
Löst av *E. Smn, E. R. Levanto.*

Annan lösning: 1) Punkten I sammanfaller med krökningscentrum K i B, när längden av AB är extremum. (De extrema, som finnas äro två minima.) Dels måste nämligen momentancentrum för AB vara K, (enär AB kan anses orubbligt förbunden med parabelnormalen), dels I (enär AB:s längd är att uppfatta som konstant i ifrågavarande läge).

2) Enl. en känd sats ha då IA, IB, IB vinkelkoefficientsumman 0 i ett rätvinkligt koordinatsystem, vars x-axel är parallell med parabelaxeln. Därav $k_{TB} = -2k_{TA}$. Om därför BB_1 drages vinkelrät mot axeln och skär TM i G och TA i B_1, så är $BG = 2GB_1$ och G är tyngdpunkt i triangeln ABT.

3) Drages nu den tredje medianen AGA_1, får man i triangeln AA_1B: $\angle B = \beta$, $\angle A_1 = 2\alpha$, $\angle A = 180° - (2\alpha+\beta)$ samt $AA_1 = 3A_1B$.
Enl. sinusteoremet är $AA_1 : A_1B = 3 : 1 = \sin \beta : \sin(2\alpha+\beta)$ eller $\sin \beta = 3 \sin(2\alpha+\beta)$. *X.*

1665) *Sidorna i en sexhörning, inskriven i en cirkel, äro i ordning a, b, c, d, e och f samt huvuddiagonalerna genom skärningspunkten mellan b och c, c och d, d och e resp. g, h och i. Vilken lineär relation i g, h och i råder mellan dessa storheter? Härled tredjegradsekvationens lösning genom att betrakta fallet $a = c = e$, $b = d = f$.* *N. J.*

Om sexhörningen är $ABCDEF$ med $AB = a$, $BC = b$ osv., erhålles enl. Ptolemeiska satsen: $ae+fi = AE \cdot BF$, $bd+ci = BD \cdot CE$, $gi-be = BF \cdot CE$, $hi-ad = AE \cdot BD$, varav $(ae+fi)(bd+ci) = (gi-be)(hi-ad)$ eller $ghi = ace+adg+bdf+beh+cfi$. Om $a=c=e$ och $b=d=f$, är

$g=h=i$. Med $g=h=i=x$ blir då relationen $x^3-3abx-a^3-b^3=0$. Denna ekv. har en rot $=a+b$, vilken även kan avläsas i parallelltrapetset *ABCD*. Identifieras ekv. $x^3+px+q=0$ med den föregående, fås $3ab=-p$ och $a^3+b^3=-q$ osv.

E. R. Levanto.

Anm.: »Lineär i *g*, *h*, *i*» får tolkas som lineär i *g*, *h* och *i* var för sig.

1666) *Att inskriva en kvadrat i en kubisk parabel.* *N. J.*

Om kurvans ekv. är $y=ax^3+bx$ och ett av kvadratens hörn $(r\cos\varphi;\ r\sin\varphi)$, så är $r\sin\varphi=ar^3\cos^3\varphi+br\cos\varphi$ och $r\cos\varphi=-ar^3\sin^3\varphi-br\sin\varphi$. Elimineras r, fås $\sin^4\varphi-b\sin^3\varphi\cos\varphi+b\sin\varphi\cos^3\varphi+\cos^4\varphi=0$ eller $\operatorname{tg}^4\varphi-b\operatorname{tg}^3\varphi+b\operatorname{tg}\varphi+1=0$ eller $(1-\operatorname{tg}^2\varphi)^2+b\operatorname{tg}\varphi(1-\operatorname{tg}^2\varphi)+2\operatorname{tg}^2\varphi=0$ eller $\operatorname{tg}^2 2\varphi+b\operatorname{tg}2\varphi+2=0$, varav $2\operatorname{tg}2\varphi=-b\pm\sqrt{b^2-8}$. Uppgiften har alltså *två* lösn., om $|b|>8$, *en*, om $|b|=\sqrt{8}$ och ingen, om $|b|<\sqrt{8}$. Storheterna a och b, där b betyder inflexionstangentens vinkelkoeff., måste ha olika tecken.

E. R. Levanto.

Till uppg. 1664 och 1665 äro lösningar insända även av *I. Gunsjö.*

Uppg. 7 i allmän kurs v. t. 1950 kan generaliseras och lösas på följ. sätt. Uppgiftens lydelse se sid. 147 i detta häfte. Uppgiftens kvadratiska bottenyta utbytes mot en rektangulär.

I pyramiden $T(ABCD)$ är O den rektangulära bottenytans medelpunkt, M mittpunkten av AD samt α vinkeln mellan två sidoytor, β och γ vinklarna mellan en sidoyta och bottenytan. Projektionen av $\triangle ABT$ på bottenytan är ABO och dennas projektion på sidoytan ADT är AO_1B_1, varvid TO_1M och AB_1 äro parallella, ty de ligga i var sitt normalplan till AD och därjämte i samma plan ADT. Projicieras ABT direkt på ADT, blir γ projektionen AB_1T, som är likytig med AB_1O_1. De stå nämligen på samma bas AB_1 och mellan parallella linjer. Med ABT som ytenhet, blir $AB_1T=-\cos\alpha$ och $AB_1O_1=\cos\beta\cos\gamma$, varför $\cos\alpha=-\cos\beta\cos\gamma$. I uppg. 7 var $3\beta=3\gamma=\alpha$, varför $\cos^2\beta=-\cos 3\beta$ osv. *X.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

Mars 1950

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. I en likbent triangel är vardera basvinkeln 15° mindre än toppvinkeln. Triangelns omkrets är 20 cm. Beräkna dess yta.
2. Under en följd av år fr. o. m. år 1950 insätter en person vid varje års slut 100 kr i en bank. Räntan, beräknad efter 2,5 %, kapitaliseras vid slutet av varje år. Vid början av vilket år blir hans tillgodohavande i banken så stort, att räntan på tillgodohavandet under detta år överstiger den årliga insatsen?
3. I ekvationen $\frac{1}{x+a}+\frac{1}{x+2a}=\frac{5}{6a}$ är konstanten a ett positivt helt tal. En av ekvationens rötter är $=1$. Bestäm den andra roten.
4. I en triangel med sidorna 5 cm, 8 cm och 9 cm uppritas den inskrivna cirkeln. I denna inskrives en triangel, vars sidor äro parallella med den givna triangelns sidor. Beräkna sidornas längder i den inskrivna triangeln.
5. I triangeln ABC är sidan BC dubbelt så stor som sidan AB. På sidan BC är en punkt D så belägen, att $BD:DC=3:5$. Vinkeln ADC är $138{,}20°$. Beräkna vinklarna i triangeln ABC.
6. I en rektangel $ABCD$ är $AB=3$ dm och $AD=4$ dm. En punkt P, vars avstånd från punkten A antages vara x dm, rör sig utmed diagonalen AC från A till C. Bestäm den funktion av x, som utgör summan av kvadraterna på avstånden från P till hörnen A, B, C och D. Bestäm genom grafisk konstruktion eller på annat sätt, för vilket x-värde funktionen får sitt minsta värde. Ange också detta minsta värde.
7. Hörnen i en kvadrat bortskäras, så att en regelbunden åttahörning erhålles. Vartannat hörn i denna utgör hörn i en ny kvadrat. Bestäm det exakta värdet av förhållandet mellan ytorna av denna kvadrat och den ursprungliga.
8. En liksidig triangel är inskriven i en cirkel. Från ett av triangelns hörn dragas två kordor, vilka av den motstående triangelsidan delas i förhållandet 4:1. Bestäm vinkeln mellan dessa kordor.

[1] Uppg. i matematik för nyspråkligt lyceum utgjordes av latinlinjens nr 2—8 och reallinjens (allm. kurs) nr 3.

Resultat: **1.** 18,98 cm². **2.** I början av 1979. **3.** $a=1$, den andra roten $=-1{,}6$. **4.** 2 cm, 3,2 cm, 3,6 cm. — Med vanliga beteckningar fås $r/R=4T^2/pabc=0{,}4$, som är längdskalan för de likformiga trianglarna. **5.** $A=49{,}46°$, $B=108{,}21°$, $C=22{,}33°$. — Sedan vinkeln BAD beräknats och B erhållits, fälles höjden från A, varvid $\operatorname{tg} C=\sin 71{,}79° : (2+\cos 71{,}79°)$; AB sättes $=1$, $BC=2$. **6.** Med $AP=5x$ är $f(x)=50[x^2+(1-x)^2]=100[(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}]$. Min. är 25 dm² för $AP=2{,}5$ cm. **7.** $2-\sqrt{2}$. **8.** 28,96°. — Om triangeln är ABC, cirkelns medelp. O, dess radie $=8$, kordorna AP och AQ, D och E BC:s resp. PQ:s mittp., så är $AD:DE=4:1$, dvs. $DE=3$ och $OE=7$, varav $\cos \angle EOP=7:8$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. Under en följd av år insätter en person vid varje års slut en viss summa i en bank. Räntan, beräknad efter 2,5 %, kapitaliseras vid slutet av varje år. Bestäm det år, vid vars slut räntan första gången överstiger det årligen insatta beloppet.
2. I triangeln ABC är $AB=AC$ och vinkeln A 120°. Från A drages en rät linje, som skär BC i D, så att vinkeln ADB blir 60°. AD förlänges ett stycke $DE=AD$. Hur stor är vinkeln BEC?
3. Beräkna vinklarna i en triangel, där mätetalen för sidorna och den inskrivna cirkelns radie bilda en aritmetisk serie.
4. Kurvorna $y=f(x)$ och $y=f'(x)$, där $f(x)=x^3+ax+b$ och $f'(x)$ är derivatan av $f(x)$ med avseende på x, skära varandra i en punkt med x-koordinaten 1. Kurvan $y=f(x)$ har en minimipunkt, i vilken kurvan tangerar x-axeln. Bestäm värdena på konstanterna a och b, och upprita kurvorna i samma koordinatsystem.
5. Hörnet A i en romb $ABCD$ ligger i punkten $(-2; -4)$ och hörnen B, C och D på de räta linjerna $x+y-1=0$, $x-8=0$ respektive $x-y=0$. Bestäm koordinaterna för de tre sistnämnda hörnen.
6. I en given rät cirkulär kon är ett klotsegment inskrivet, så att dess plana yta ligger i konens basyta och dess sfäriska yta tangerar konens mantelyta. Visa, att segmentets sfäriska yta icke kan vara större än hälften av konens totala yta. Diskussion av möjlighetsvillkoret för att segmentets sfäriska yta skall bli lika med hälften av konens totala yta, erfordras icke men betraktas som en förtjänst.
7. I en regelbunden fyrsidig pyramid är vinkeln mellan två närliggande sidoytor tre gånger så stor som vinkeln mellan basytan och en av sidoytorna. Hur stor är den sistnämnda vinkeln?

8. Punkten P_1 har koordinaterna $(x_1; y_1)$ i ett rätvinkligt koordinatsystem. Koordinaterna $(x_2; y_2)$, $(x_3; y_3)$ och $(x_4; y_4)$ för punkterna P_2, P_3 respektive P_4 bestämmas genom relationerna $x_{n+1}=-\frac{1}{2}(x_n+y_n\sqrt{3})$ och $y_{n+1}=\frac{1}{2}(x_n\sqrt{3}-y_n)$, $(n=1, 2$ resp. $3)$. Visa, att P_4 sammanfaller med P_1 samt att triangeln $P_1P_2P_3$ är liksidig och har sin tyngdpunkt i origo.

Resultat: **1.** 30:e året. **2.** 100,89°. Triangeln CDE är liksidig, och ur den rätvinkliga $\triangle BAE$ erhålles $\operatorname{tg} \angle BEA=\sqrt{3}:2$. **3.** 18,92°, 34,22°, 126,86°. — Med vanliga planimetriska formler erhålles differensen och därmed sidorna, osv. eller på följ. sätt: Då r, a, b, c bilda aritmetisk serie, är $r+c=a+b$, varav $r=2(p-c)$ och $\operatorname{tg}\frac{1}{2}C=2$. Förlänges AB med $BD=BC$, erhålles (ur $\triangle ACD$) $\sin D:\sin(C+D)=1:2$. Då $\sin C=\frac{4}{5}$ och $\cos C=-\frac{3}{5}$, blir $\operatorname{tg} D=\frac{4}{13}$. **4.** $a=-3$, $b=2$. **5.** $B(4{,}5; -3{,}5)$, $C(8; 2)$, $D(1{,}5; 1{,}5)$. **6.** Om konens höjd är h, toppvinkeln 2α, segmentets höjd x och sfärens radie y, är kalotten $K=2\pi xy$ och $\sin\alpha=y:(h-x+y)$, varav $K=2\pi x(h-x)\cdot\sin\alpha:(1-\sin\alpha)$, som för $x=\frac{1}{2}h$ har ett max.=halva konens totala yta. — Villkoret för att ett sfäriskt segment skall erhållas är $2y\geqq x$. Då mot $x=\frac{1}{2}h$ svarar $y=\frac{1}{2}h\cdot\sin\alpha:(1-\sin\alpha)$, får man som villkor för att ett max.(=halva konens yta) skall inträffa $\sin\alpha:(1-\sin\alpha)\geqq\frac{1}{2}$, varav $\sin\alpha\geqq\frac{1}{3}$ och $2\alpha\geqq 38{,}94°$. För $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ övergår kalotten i en inskriven sfär. Om $\sin\alpha<\frac{1}{3}$, finns ingen kalott med en yta, som är hälften av konens. **7.** Mellan baskanten (=2) och sidoytas höjder (h, h_1) råder relationen $h_1\cdot\sqrt{1+h^2}=2h$. Om α är den sökta vinkeln, är $\cos\alpha=1:h$, varav $h_1^2=4:(1+\cos^2\alpha)$. I triangeln med sidorna h_1, h_1, $2\sqrt{2}$ ger cosin.teor. $h_1^2=4:(1-\cos 3\alpha)$, varav $\cos 3\alpha+\cos^2\alpha=0$, som ger $\cos\alpha=\frac{3}{4}$; $\alpha=41{,}41°$. Se även detta häfte sid. 148. **8.** Om $x_1=r\cos v$ och $y_1=r\sin v$, är $x_2=r\cos(v+120°)$ och $y_2=r\sin(v+120°)$. Den transformation, som överför P_1 i P_2, P_2 i P_3, P_3 i P_4 består således i en vridning på 120° kring origo.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Genom en punkt P på en ellips dragas kordorna PR och PS parallellt med ellipsens axlar. Visa, att ellipsnormalen i P delar diametern RS i två delar, vilkas förhållande är oberoende av P:s läge på ellipsen.
2. Bevisa, att funktionen $y=a\sin\frac{1}{x}+b\cos\frac{1}{x}$ satisfierar ekvationen $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x^4}y=0$, oberoende av x och för godtyckliga värden på konstanterna a och b.

3. Konstruera kurvan $y=\frac{x^4}{4}-x^3+4x$ med angivande av eventuella maximi-, minimi- och inflexionspunkter. Bestäm vidare ekvationerna för de tangenter, som äro parallella med den räta linje, som går genom inflexionspunkterna.
4. En parabel har sin topp i den ena av en hyperbels toppar, och dess brännpunkt befinner sig i hyperbelns medelpunkt. Parabeln tangerar hyperbelns konjugathyperbel. Bestäm den förra hyperbelns excentricitet.
5. Genom punkten A (1; 2) drages en rät linje, som skär x-axeln i punkten B och linjen $y=x$ i punkten C. En cirkel lägges genom origo och punkterna B och C. Sök och konstruera orten för denna cirkels medelpunkt, då den förstnämnda linjen vrider sig kring punkten A.
6. I en cirkel med radien r inskrives ett parallelltrapets, i vilket en vinkel är 60°. Beräkna det största värde, som trapetsets omkrets kan anta.
7. Från en punkt P på linjen $y=x+2a$ dragas tangenterna PA och PB till parabeln $y^2=4ax$; A och B äro tangeringspunkterna. Utred, hur vinkeln APB varierar, då P genomlöper den givna linjen i hela dess utsträckning. Det erfordras icke — ehuru det betraktas som en förtjänst — att grafiskt åskådliggöra, hur nämnda vinkel varierar.

Resultat: **1.** Från delningsp. D på RS drages $DE \perp PR$, som antages parallell med x-axeln. Då är $RD:DS=RE:EP=\operatorname{tg}\sphericalangle EPD:\operatorname{tg}\sphericalangle ERD=\frac{a^2y_1}{b^2x_1}:\frac{y_1}{x_1}=\frac{a^2}{b^2}$, ty vinkelkoeff. för normalen i $P(x_1;\ y_1)$ är $a^2y_1:b^2x_1$. **2.** 1) Räkningarna underlättas, om man sätter $a=r\cos\alpha$, $b=r\sin\alpha$, då $y=r\sin\left(\frac{1}{x}+\alpha\right)$. — 2) Observerar man, att differentialekv. kan skrivas $x^2\cdot\frac{d}{dx}\left(x^2\cdot\frac{dy}{dx}\right)+y=0$, får man ur $y=a\cdot\sin\frac{1}{x}+b\cdot\cos\frac{1}{x}$ först $x^2\cdot\frac{dy}{dx}=-a\cos\frac{1}{x}+b\cdot\sin\frac{1}{x}$ och därefter $x^2\cdot\frac{d}{dx}\left(x^2\cdot\frac{dy}{dx}\right)=-\left(a\sin\frac{1}{x}+b\cdot\cos\frac{1}{x}\right)=-y$. **3.** Min. i $(-1;\ -2{,}75)$; inflex. i (0; 0) och (2; 4). Tangenterna: $4y=8x+5$ och $y=2x-1$ (dubbeltangent). **4.** $\sqrt{2}+1$. **5.** Orten är $y=(3x-2x^2):(2x+1)$, en hyperbel med asymptoterna $2x+1=0$ och $x+y=2$, max. i (0,5; 0,5) och min. i $(-1{,}5;\ 4{,}5)$. **6.** $2r\sqrt{7}$. — Om diagonalen bildar $x°$ med de parallella sidorna, blir omkretsen $2r[2\sin x+\sin(60°-x)+\sin(120°-x)]=2r(2\sin x+\sqrt{3}\cos x)=2r\sqrt{7}\cdot\sin(x+\alpha)$, där »hjälpvinkelns» tangent är $\sqrt{3}:2$. **7.** Vinkeln växer från 45° till 90°, då

P rör sig från $-\infty$ till styrlinjen, växer ytterligare till 138,19° ($\operatorname{tg}\alpha = -\sqrt{0{,}8}$) för att sedan avta till 135°, när $x \to +\infty$. — Från $P(x_0; y_0)$ kunna två tangenter dragas. Vinkelkoeff., k, erhålles ur ekv. $y_0 = kx_0 + a/k$ eller $x_0k^2 - y_0k + a = 0$. Av $\operatorname{tg}^2 v = (k_1 - k_2)^2 : (1 + k_1k_2)^2 = [(k_1 + k_2)^2 - 4k_1k_2] : (1 + k_1k_2)^2 = (y_0^2 - 4ax_0) : (x_0 + a)^2 = (x_0^2 + 4a^2) : (x_0 + a)^2$ fås ett min. för $x_0 = 4a$, osv.

Uppgifter i fysik

Lösningarna till uppgifterna 2 och 6—8 böra åtföljas av enkla figurer.

1. En bilist, som kör på en rak väg med god vägbana, närmar sig en kurva och skall på en sträcka av 120 m minska hastigheten från 108 till 36 km/tim. Då han passerat halva sträckan, får han se ett barn springa ut i körbanan i början av kurvan. Han bromsar därför genast in kraftigare för att kunna stanna bilen på de återstående 60 meterna. Hur lång tid har han på sig? Bilens rörelse vid bromsning kan anses vara likformigt föränderlig.
2. En fotografiram står på en glatt bordsskiva med hjälp av ett på baksidan anbragt stöd. Ramen och stödet kunna bägge betraktas som tunna, rektangulära skivor med höjderna 31,0, respektive 18,0 cm. Ramen väger 680 g, och dess tyngdpunkt ligger i diagonalernas skärningspunkt. Från stödets vikt kan man bortse. Stödets övre, horisontella kant är fäst vid ramens baksida längs en linje på avståndet 18,0 cm från den på bordet vilande ramkanten. Kring denna linje som axel kunna ramen och stödet utan friktion vridas i förhållande till varandra. Vinkeln mellan ramens nedre del och stödet är 60°. Ett tunt, lätt snöre hindrar dem att glida isär. Snörets fästpunkter på ramen och stödet äro båda belägna på 7,5 cm avstånd från den gemensamma vridningsaxeln och så, att snöret och ramens tyngdpunkt befinna sig i samma, mot nämnda axel vinkelräta vertikalplan. Snöret är således horisontellt. Beräkna spänningen i snöret.
3. Luften i en stor lokal var vid ett tillfälle för torr. Lufttemperaturen var +19° C och den relativa fuktigheten 30 %. Man ville höja den sistnämnda till 65 % genom att avdunsta vatten. Beräkna vikten av den vattenmängd, som måste avdunstas. Lokalens volym var 2500 m³. Man bortser från luftutbytet med omgivningen. Vattenångans täthet är $^5/_8$ av luftens täthet vid samma tryck och temperatur. Vattenångans mättningstryck vid +19° C är 16,5 mm kvicksilver.

4. Atombomben är ett belysande exempel på att materia kan omvandlas till energi. Den formel, som anger utbytet, lyder: $E=m \cdot c^2$, där E är energien i erg, m massan i gram och c ljusets hastighet i cm/sek. Ofantliga energimängder erhållas vid denna omvandling. Visa detta genom att beräkna, hur många ton vatten, som skulle kunna uppvärmas från 0° C till 100° C med hjälp av den energimängd, som erhålles vid omvandling av 1 g materia. Ljusets hastighet är 300 000 km/sek.
5. En strålkastares lampa har ljusstyrkan 250 normalljus. Medelst reflektor och linssystem kastas 40 % av lampans totala ljusflöde ut i ett homogent och parallellt ljusknippe, vars genomskärning är i det närmaste en cirkel med diametern 4,0 dm. Hur stor blir belysningen, uttryckt i lux, på en mot ljusknippets längdriktning vinkelrät yta?
6. För bestämning av brännvidden hos en tunn samlingslins användes vid en lärjungelaboration följande metod. Ett föremål, vars höjd var 2,0 cm, avbildades med hjälp av linsen på ett millimeterrutat papper. Man uppmätte avståndet lins — bild samt bildens höjd, varvid följande värden erhöllos:

Avstånd lins — bild i cm	28,8	36,3	46,2	52,6	61,1
Bildens storlek i cm	2,6	3,8	5,5	6,3	7,8

   I ett rätvinkligt koordinatsystem med avståndet lins — bild som abskissa och den linjära förstoringen som ordinata inprickades därefter de punkter, som svarade mot avläsningarna. Man observerade, att punkterna i det närmaste lågo i rät linje. Innan man gick vidare, härledde man ur den enkla linsformeln ett samband mellan förstoringen och avståndet lins — bild. Detta samband visade, att därest inga mätfel förelågo, nämnda punkter borde ligga på en rät linje. Man drog härefter den räta linje, som så nära som möjligt anslöt sig till de ur mätningarna erhållna punkterna. Vid jämförelse mellan det teoretiskt erhållna sambandet och den uppdragna linjens egenskaper kunde slutligen den sökta brännvidden beräknas. Pricka in punkterna, härled det teoretiska sambandet, drag den räta linjen och beräkna linsens brännvidd på angivet sätt. — Använd vass penna!
7. Man önskade bestämma motståndet hos en voltmeter. Två reostater på respektive 5000 och 4000 ohm kopplades därför i serie till en väggkontakt, där spänningen var 200 V likström. Voltmetern anslöts till ändpunkterna av det större motståndet och visade 100 V. Vilket värde på voltmeterns motstånd erhölls?
8. För att kontrollera en amperemeter använde man följande kompensationsanordning. Till en ackumulator (A_1) med konstant

elektromotorisk kraft anslöts i serie ett motstånd (R_1) och en rak, jämntjock och homogen motståndstråd BC. Längs BC var en glidkontakt skjutbar. I en grenledning mellan B och D (D är glidkontaktens beröringspunkt med motståndstråden) inkopplades ett normalelement och en galvanometer. Denna grenledning blev vid rätt inkoppling av normalelementet strömlös, när delen BD av motståndstråden var 857,5 mm lång. Normalelementet borttogs därefter och ersattes med ett precisionsmotstånd på 1 ohm. Mellan precisionsmotståndets ändpunkter kopplades en ny gren, innehållande i serie den amperemeter, som skulle kontrolleras, en ackumulator (A_2) och ett skjutmotstånd (R_2). Detta motstånd reglerades så, att amperemetern visade 1,000 A, medan motståndet R_1 hölls oförändrat. Vid rätt inkoppling av ackumulatorn A_2 blev nu galvanometern strömlös, när delen BD av motståndstråden var 831,6 mm lång. Hur mycket avvek den av amperemetern angivna strömstyrkan från den riktiga? Normalelementets elektromotoriska kraft var 1,018 V. — För nöjaktig problembehandling kräves, att i kopplingsschemat plus- och minuspoler samt strömmens riktning i strömförande ledningar angivas.

Resultat: **1.** $2{,}4\sqrt{5}=5{,}3(7)$ sek. **2.** 406 pond. **3.** 14,4 kg. **4.** 215 000 ton vatten. **5.** 10 000 lux. **6.** Brännvidden är 12,5 cm. — Om förstoringen är y och bildavståndet x, är $y=x/f-1$, en rät linje genom $(0; -1)$; f erhålles ur x-interceptet ($=f$) eller ur vinkelkoeff. ($=1/f$). **7.** 10 000 ohm. **8.** Amperemetern visade 0,013 A för mycket.

Realexamen v. t. 1950

Provräkning

1. Lös ekvationen

$$\frac{x+0{,}2}{2x-0{,}3}=\frac{2(x+0{,}3)-0{,}5}{4(x+0{,}3)-1{,}5}.$$

2. En person har inköpt en vara för 114 kr. Vilket pris bör han sätta på varan, för att han, oaktat han vid försäljningen lämnar 5 % rabatt, skall kunna förtjäna $16\frac{2}{3}$ % av inköpspriset?
3. En svensk familj på tre personer och en dansk på fyra personer företogo en gemensam biltur i Norge. De kommo överens om att den svenske familjefadern tills vidare skulle bestrida alla utgifterna och att de sedan skulle dela alla omkostnader i förhållande till antalet familjemedlemmar. Vid resans slut hade

svensken lagt ut inalles 2 320,50 norska kronor. Den danske familjefadern bad då att få göra upp i danska pengar. Hur mycket i danska kronor måste han betala? Enligt svenska tidningar voro kursnoteringarna vid tillfället: 100 danska kr = 88,40 svenska kr; 100 norska kr = 98,60 svenska kr.

4. En bilförsäljare säljer en dag två vagnar av en typ, som kostar 4 300 kr. På den ena vagnen, som betalas kontant, lämnar han 10 % rabatt. Den andra vagnen säljes på följande villkor. Som betalning mottager försäljaren en begagnad motorbåt, en fyra månaders växel på 1 800 kr och dessutom kontant 825 kr. Han diskonterar växeln omedelbart efter 3,5 % och säljer motorbåten för 1 475 kr, sedan han kostat på den 150 kr i reparation. Räkna ut, på vilken vagn säljaren har den största förtjänsten och hur mycket mer han tjänar på denna än på den andra vagnen.
5. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} \dfrac{y-8x}{0{,}5} - \dfrac{5y+6x}{1{,}6} + 20 = 0; \\ \left(\dfrac{4x-1}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{4x}{3} + \dfrac{y}{2}\right)\left(\dfrac{y}{2} - \dfrac{4x}{3}\right) - \left(\dfrac{y-3}{2}\right)^2 = 10\tfrac{11}{12}. \end{cases}$$

6. Ett fartyg pejlar en fyr, d. v. s. bestämmer vinkeln mellan fartygets kursriktning och syftlinjen till fyren. Pejlingen anger en vinkel av 20°. Efter 45 minuters segling med oförändrad kurs och en hastighet av 10 knop pejlar man från fartyget samma fyr i en dubbelt så stor vinkel, alltså 40°. Huru många sjömil var avståndet till fyren vid andra pejlingen? 1 knop = 1 sjömil per timme.
7. I en pyramid med kvadratisk bottenyta ha de från spetsen utgående kantlinjerna alla längden 30 cm. Pyramidens höjd är av samma storlek som basytans diagonal. Beräkna pyramidens volym.
8. Ett likbent parallelltrapets är omskrivet kring en cirkel med radien 6 cm. Den längre av de parallella sidorna är 9 gånger så lång som den kortare. De båda punkter, i vilka cirkeln tangerar de båda lika långa, icke parallella sidorna, sammanbindas. Beräkna längden av denna sammanbindningslinje.

Resultat: 1. $x = \frac{1}{30}$. 2. 140 kr. 3. 1479 danska kr. 4. 59 kr mer på den senare vagnen. 5. $x = \frac{1}{2}$, $y = 9$. 6. 7,5 sjömil. 7. $1{,}44\sqrt{5} = 3220$ cm^3. 8. 7,2 cm.

Uppgifter i fysik för tekniska linjen

Lösningarna till uppgifterna 6, 7 och 8 böra åtföljas av enkla figurer.

1. Ett cylindriskt preparatrör med plan botten har längden 18,0 cm. Dess yttre genomskärningsyta är 1,1 cm^2. Kvicksilver hälles i röret, så att detta flyter vertikalt i vatten, varvid 4,0 cm av röret befinner sig ovanför ytan. Man sänker därefter ned röret i en vätska med tätheten 1,6 g/cm^3. Hur många gram kvicksilver måste man ytterligare hälla i röret, för att detta skall intaga sitt förra läge?
2. Vid en kraftstation, som brukar arbeta för fullt dygnet om, måste man på grund av reparationer låta samtliga maskiner stå stilla under 10 hela dygn. Vattenförbrukningen är normalt 13 m^3/sek, fallhöjden 5 m och anläggningens verkningsgrad 80 %. Hur många kWh gå genom avbrottet förlorade? 1 kpm/sek = = 9,8 W.
3. Ett godståg på 800 t kör på en horisontell, rak sträcka med konstant hastighet, varvid maskinkraften alltså åtgår till att övervinna motstånden, vilka uppskattas till 1,2 % av hela tyngden. Plötsligt brister ett koppel, så att några av de sista vagnarna, tillsammans vägande 150 t, lösgöras från tåget. Innan föraren märker något och börjar bromsa, fortsätta därför maskinerna att arbeta med oförminskad styrka, varför loket och den medföljande delen av tåget accelereras i sin rörelse. Beräkna accelerationen omedelbart sedan kopplet brustit. Tyngdkraftens acceleration är 9,8 m/sek^2.
4. En fyrkantig plåtdunk har höjden 20 cm och kvadratisk basyta, 12×12 cm. Man öppnar den tomma dunken och häller litet vatten i densamma. Därefter upphettas vattnet till kraftig kokning över en gaslåga. Sedan all luft drivits ut, släcker man lågan och tillsluter omedelbart dunken lufttätt. Under avsvalningen kommer dunken att så småningom pressas ihop. Om man antar, att ingen förändring av dunkens form ännu ägt rum, då temperaturen i densamma sjunkit till +75° C, hur stora äro vid denna temperatur de krafter, som var och en av de sex begränsningsytorna utsättas för på grund av övertrycket utifrån? Barometerståndet är vid tillfället 750 mm kvicksilver och vattenångans mättningstryck +75° C 289 mm kvicksilver. Kvicksilvers täthet är 13,6 g/cm^3. Ingen hänsyn behöver tagas till tyngden av det kvarvarande vattnet i dunken.
5. Ett glasrör utdrages till en fin spets och anslutes till en gasledning. Vid antändning erhålles en liten låga, vars värme-

effekt skall bestämmas. En aluminiumbägare, som tom väger 9,0 g, fylles med kallt vatten och befinnes därefter väga 53,2 g. Temperaturen är före försöket 13,0° C. Lågan placeras under bägaren och får uppvärma densamma jämte dess innehåll under precis 1 min. Efter omröring är temperaturen 34,0° C. Hur stor nyttig värmemängd avges per sek från spetslågan till bägaren med innehåll? Aluminiums spec. värme är 0,22. Bägaren är uppställd så, att den i görligaste mån är värmeisolerad från omgivningen.

6. Man ville bestämma motståndet hos en voltmeter och inkopplade den därför i serie med ett motstånd på 2000 ohm mellan kontakterna till 220 V likström. Voltmetern visade därvid 120 V. Beräkna härav dess motstånd.
7. I en skolas fysiksal äro för belysningsändamål fyra glödlampor anbragta i taket. Lamporna äro på sedvanligt sätt parallellkopplade mellan de strömförande ledningarna i nätet, och varje lampa förbrukar 100 W vid den rådande nätspänningen, som hålles konstant vid 120 V. För att kunna dämpa belysningen i rummet vid utförandet av vissa experiment vill man inkoppla ett reglerbart s. k. fördunklingsmotstånd på så sätt, att gruppen med de fyra parallellkopplade lamporna anslutes i serie med det reglerbara motståndet mellan nätets strömförande ledningar. Då fördunklingsmotståndet är helt urkopplat, skola lamporna lysa normalt, men då hela motståndet är inkopplat, skall strömstyrkan genom varje lampa endast vara hälften av den, då lampan lyser normalt. Vid den lägre strömstyrkan är den i varje lampa förbrukade effekten endast 12,5 W. Hur stort måste fördunklingsmotståndet tagas? Tilledningstrådarnas motstånd försummas.
8. Ett ackumulatorbatteri består av 4 seriekopplade celler, vardera med inre motståndet 0,05 ohm och elektromotoriska kraften 1,25 V. Till batteriet kopplas en yttre ledning, innehållande en amperemeter med motståndet 0,3 ohm samt fyra lika motstånd, vartdera på 3,5 ohm. Då strömbanan slutes, passerar ström genom samtliga fyra motstånd samt amperemetern, vilken därvid visar den genom batteriet gående strömmens styrka, 1,25 A. Beräkna hur motstånden äro inkopplade i ledningen och rita med ledning härav ett kopplingsschema över anordningen.

Resultat: **1.** 9,24 g. **2.** 122 300 kWh. **3.** 0,00271 m/sek². **4.** 150,5 kp på de större, 90,3 kp på de mindre ytorna. **5.** 16,2 cal/sek. **6.** 2400 ohm. **7.** 54 ohm. **8.** De fyra motstånden skola ha ett sammanlagt motstånd av 3,5 ohm. Motstånden seriekopplas två och

två i grupper, som parallellkopplas eller parallellkopplas två och två i grupper som seriekopplas.

Beskrivande maskin- och byggnadslära

1. En transmissionsaxel med 80 mm diameter, för vilken man ej kan beräkna böjmomentet, skall överföra 50 hk. Vilket varvtal måste den minst ha?
2. Vid ett ångpanneprov uppeldades 2400 kg stenkol med ett värmevärde av 6700 kcal/kg. Under provet lämnade pannan 20 500 kg ånga, som var mättad och hade ett tryck av 8 at ö. Matarvattnets temperatur var 60°. Beräkna pannans verkningsgrad.
3. En DIP-balk skall användas som pelare och skall bära 30 ton med 5-faldig säkerhet. Pelaren är 5,4 m lång och beräknas enligt Eulers andra formel. Välj DIP-balk.
4. En bromsspak, 600 mm lång, är i sin vänstra ända rörlig kring en tapp, och i den högra ändan är fästad en vikt på 50 kg. Bromsbandets högra del är fastsatt vid spaken 150 mm från dess vänstra ända och går vertikalt uppåt mot bromsskivan samt åstadkommer således här en vertikal, uppåtriktad kraft. Spaken är i jämvikt i horisontellt läge. Den har rektangulär sektion med 12 mm bredd och den tillåtna böjspänningen på spaken är 400 kp/cm². a) Beräkna de krafter, som verka på spaken i vänstra ändan och i bromsbandets infästning. b) Beräkna den rektangulära spakens höjd.
5. Vid borrning med en 50 mm snabbstålsborr i ett visst material skall skärhastigheten (= borrens periferihastighet) ligga omkring 30 m/min. Borrmaskinen kan köras med 100, 200, 300, 400 och 500 r/m. Matningen inställes på 0,2 mm per varv. a) Välj lämpligt varvtal. b) Beräkna tiden för borrning av ett 100 mm djupt hål.
6. En bro med 6 m längd och 2,4 m bredd uppbäres av 4 st 6 m långa järnbalkar, som äro fritt upplagda i båda ändar och placerade så, att var och en bär $^1/_4$ av lasten. Belastningen på grund av egenvikt och fordon uppgår till 700 kg per m² brobana. Balkarna få belastas med 1200 kp/cm². Beräkna erforderligt böjmotstånd och välj en balkprofil med så låg vikt som möjligt.
7. Ett hissmaskineri består av en elmotor, som över en skruvväxel och en kuggväxel driver en lintrumma, vars diameter är 300 mm. I skruvväxeln har skruven 3 ingångar och skruvhjulet 80 kuggar. Kuggdrevet har 20 kuggar och det stora kugghjulet 85 kuggar. Skruvväxelns verkningsgrad är 90 % och kuggväxelns 95 %. I dessa siffror är hänsyn tagen till lager-

förluster etc. Lasten, 3000 kg, hänger direkt i en på trumman upplindad lina och skall kunna lyftas med en hastighet av 12 m/min. Beräkna a) motorns varvtal, b) motorns effekt i hk.

8. På en 4-cylindrig fyrtaktmotor äro, när motorn står stilla, vevarna på de båda yttersta cylindrarna, nr 1 och 4, riktade uppåt, och vevarna på de båda mellersta cylindrarna, 2 och 3, riktade nedåt. a) Angiv i vilken ordning cylindrarna lämpligen skola tända och giv också skäl för den föreslagna tändordningen. b) Skall man i en 2-cylindrig fyrtaktmotor lägga båda vevarna åt samma håll eller skall man låta dem peka åt motsatta håll? Ange skälen til den föreslagna anordningen.

Resultat: 1. ca 300 r/m. 2. 76,7 %. 3. DIP 20. 4. a) 150 och 200 kp, b) 53 mm. 5. a) 200 r/m, b) 2,5 min. 6. INP 18. 7. a) 1440 r/m, b) 9,4 hk. 8. a) 1—2—4—3 eller 1—3—4—2, b) skäl kunna anföras för båda vevlägena; båda utförandena förekomma.

Forts. från sid. 144.

Naturen, Bergen 1950: 1—4.

Ur innehållet: E. JENSEN, De kjemiske grunnstoffers mengdeforhold og deres dannelse; K. FÆGRI, Fasekonstrastmikroskopet; R. W. MONCRIEFF, Nyere undersøkelser over parfumenes kjemi; K. FÆGRI, Gummiproduksjon i subtropiske og tempererte strøk.

Science Progress, London, April 1950.

Ur innehållet: The Dimensions of Animals and their Muscular Dynamics; Ferromagnetic Resonance Phenomena at Microwave Frequencies; The History of Artists' Pigments; Electrolytic Conduction in Glass; International Conference on Scientific Abstracting. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, General and Physical Chemistry, Biochemistry, Geology etc. Notiser och bokanmälningar.

Discovery, London 1950: March, April.

Ur innehållet: Natural History in Iceland; Model Experiments in Flood-Control; An Electro-mechanical 'Animal'; Electricity from the Wind; On Einsteins New Theory; Films and Scientific Research; Science in South Africa; Where are the Earth's Magnetic Poles? Notiser, bokanmälningar.

British Science News, London 1950: February.

Ur innehållet: British Marine Radar; Ocean Weather Stations; Atmospheric Turbulence; Relaxation Methods; British Radio-Activity-Measuring Apparatus; Development in Magnesium Alloys; A Modern Contribution to Pasteur's First Method of Optical Resolution; Bokanmälningar. — Denna utmärkta tidskrift upphör tyvärr i och med detta nummer, som är det sista.

NATURVETENSKAPLIGT NYTT

Lärobok i ORGANISK KEMI

av *professor Lennart Smith*

Lärobok för de första studierna i organisk kemi vid universitet och högskolor.

I den nu utkomna fjärde upplagan har vissa kapitel utökats eller tillkommit med hänsyn till vetenskapliga, medicinska och tekniska nyheter. Nomenklaturen har också till vissa delar ändrats för att överensstämma med de internationellt vanligaste benämningarna.

Inb. 9:15, lärarex. 6:90.

KEMISKA SKOLFÖRSÖK

av *lektor Bror Gustaver*

En handledning vid elementär kemiundervisning vid mellanskolor, realskolor och seminarier.
Boken innehåller en allmän och en experimentell del samt ett förslag till disposition av den inledande kemikursen i mellanskolan. Vidare ingår en elementär framställning av atomläran.

Inb. 6:05, lärarex. 4:85.

SVERIGES GEOLOGI

av *Nils H. Magnusson, Erik Granlund † och G. Lundqvist.*
Andra omarbetade och utökade upplagan.

Dagens Nyheter skriver:

... »en kunskapskälla även för dem som redan kan sina elementa. Och må jag säga det med detsamma: den har inte så många tuppfjät kvar till idealet för en handbok för intresserat folk utanför fackkretsen.»

Teknisk Tidskrift skriver:

»Geologistuderandena av alla grader kunna vara tacksamma för Magnussons och Lundqvists arbete. Sannolikt har inget annat land en motsvarighet av tillnärmelsevis så hög klass.»

Inb. 17:25, lärarex. 12:95.

SVENSKA BOKFÖRLAGET

Drottninggatan 20. Stockholm. Postgiro 3994.

FYSIKALISKA APPARATER

från

NORSTEDTS VERKSTAD

Katodstråle-oscillograf

Norstedts oscillograf, speciellt avsedd för skolbruk med tillbehör samt de försök som kan utföras med den beskrives i vårt »Meddelande om ny materiel, häfte 12», vilket erhålles kostnadsfritt.

Våra egna verkstäder ger oss möjlighet att tillhandahålla reservdelar, snabbt utföra reparationer samt för övrigt ge våra kunder bästa möjliga service.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

Lund 1950, Håkan Ohlssons boktryckeri.